

JORGE ENRIQUE GLADE

PROGNOSE DE VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS
PARA **EUCALYPTUS GRANDIS** HILL EX-MAIDEN

Dissertação submetida à consideração da Comissão Examinadora, como requisito parcial na obtenção de Título de "Mestre em Ciências - M.Sc.", no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná.

CURITIBA

1986



COORDENAÇÃO DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

P A R E C E R

Os membros da Comissão Examinadora designada pelo Colegiado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado apresentada pelo candidato JORGE ENRIQUE GLADE, sob o título "PROGNÓSE DE VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICA PARA *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden" para obtenção do grau de Mestre em Ciências Florestais - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná, área de concentração MANEJO FLORESTAL, após haver analisado o referido trabalho e arguido o candidato, são de parecer pela "APROVAÇÃO" da Dissertação, completando assim os requisitos necessários para receber o grau e o Diploma de Mestre em Ciências Florestais. Observação: O critério de avaliação da Dissertação e defesa da mesma a partir de novembro de 1980 é apenas APROVADA ou NÃO APROVADA.

Curitiba, 11 de março de 1986.

Professor João Valter Simões, DR.

Primeiro Examinador

Professor Waldener Travassos de Queiroz, DR.

Segundo Examinador



Professor Roberto Tuyoshi Hosokawa, DR.

Presidente

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Roberto T. Hosokawa pela constante orientação e incentivo na realização deste trabalho e por sua amizade.

Ao Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado pela co-orientação, sugestões apresentadas e o fornecimento de boa parte da literatura consultada.

Ao Prof. Dr. Flávio F. Kirchner pela co-orientação e os valiosos aportes nos aspectos de regressão.

Ao Coordenador do Curso Prof. Dr. José Henrique Pedrosa Macedo pela colaboração e amizade.

Ao Eng. Agr. Hideyo Aoki e a Cintia Maria Sant'Ana Braga Carneiro, Técnica em Educação, pela colaboração na redação e ordenamento do trabalho.

Aos Professores e Funcionários do Curso de Pós-graduação em Engenharia Florestal da UFPR e ao pessoal da Biblioteca do Setor de Ciências Agrárias.

Ao Diretor da Estação Experimental Agropecuária do Instituto Nacional de Tecnologia Agropecuária, Concórdia, Eng. Agr. David R. Hoog por seu constante apoio.

Ao Dr. Luis H. Larocca e amigos que colaboraram permanentemente comigo para que possa realizar este Curso.

Ao Eng. Agr. Martin Marco pelo fornecimento dos dados.

A minha esposa e filhas.

BIOGRAFIA

JORGE ENRIQUE GLADE, nasceu em Buenos Aires, Argentina no dia 17 de novembro de 1946. Em 1974 graduou-se Engenheiro Agrônomo na Universidade Nacional de Buenos Aires. Desde 1975 trabalha como extensionista e pesquisador no Instituto Nacional de Tecnologia Agropecuaria, na Estação Experimental de Concordia, Entre Rios, Argentina. Em 1984 iniciou o Curso de Pós-graduação em Engenharia Florestal, a nível de Mestrado, na Universidade Federal do Paraná, na área de Manejo Florestal, o qual é concluído com a defesa desta dissertação.

S U M Á R I O

	<u>LISTA DE ILUSTRAÇÕES</u>	viii
	<u>LISTA DE TABELAS</u>	xi
	<u>RESUMO</u>	xiii
1	<u>INTRODUÇÃO</u>	01
2	<u>REVISÃO DE LITERATURA</u>	03
2.1	DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS	03
2.2	MODELOS PARA ESTIMAR A PRODUÇÃO	07
3	<u>MATERIAL E MÉTODOS</u>	15
3.1	CARACTERÍSTICAS DA ESPÉCIE	15
3.2	LEVANTAMENTO DOS DADOS	15
3.3	DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS	16
3.3.1	Distribuição Normal	17
3.3.2	Distribuição Log-normal	18
3.3.3	Distribuição Gama	19
3.3.4	Distribuição Weibull	20
3.3.5	Distribuição SB	21
3.3.6	Distribuição Beta	22
3.3.7	Ajuste das distribuições	23
3.3.8	Escolha da melhor distribuição	24
3.4	RELAÇÕES HIPSOMÉTRICAS	26
3.5	CARACTERÍSTICAS DAS PARCELAS	28
3.6	CORRELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DAS DISTRIBUI- ÇÕES E AS CARACTERÍSTICAS DAS PARCELAS	29

3.7	ESTIMATIVA DA ALTURA MÉDIA DAS CLASSES DIAMÉ- TRICAS	33
3.8	EQUAÇÕES PARA ESTIMAR AS CARACTERÍSTICAS DO POVOAMENTO A UMA DETERMINADA IDADE	34
3.8.1	Estimativa da densidade	34
3.8.2	Estimativa da área basal	35
3.8.3	Estimativa da altura média dominante	35
3.8.4	Estimativa da variância do diâmetro à altu- ra do peito (DAP)	36
3.9	ACURACIDADE DO MODELO	37
3.9.1	Acuracidade das estimativas a partir das características observadas	37
3.9.2	Acuracidade das prognoses	40
4	<u>RESULTADOS E DISCUSSÃO</u>	41
4.1	DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS	42
4.2	RELAÇÕES HIPSOMÉTRICAS	47
4.3	CARACTERÍSTICAS DAS PARCELAS	50
4.4	CORRELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DA FUNÇÃO WEIBULL E AS CARACTERÍSTICAS DAS PARCELAS ...	50
4.5	ESTIMATIVA DA ALTURA MÉDIA DAS CLASSES DIAMÉ- TRICAS	57
4.6	EQUAÇÕES PARA ESTIMAR AS CARACTERÍSTICAS DO POVOAMENTO A UMA DETERMINADA IDADE	59
4.6.1	Estimativa da densidade	59
4.6.2	Estimativa da área basal	60
4.6.3	Estimativa da altura média dominante	62
4.6.4	Estimativa da variância do DAP	66
4.7	ACURACIDADE DO MODELO	68

4.7.1	Acuracidade das estimativas a partir das características observadas	68
4.7.2	Acuracidade das prognoses	71
5	<u>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</u>	74
	<u>SUMMARY</u>	76
	<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	77
	<u>APÊNDICE</u>	82

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA

1	ESPAÇO β_1/β_2 MOSTRANDO OS POSSÍVEIS VALORES DE (ASSIMETRIA) ² E CURTOSE QUE PODEM ASSUMIR AS DISTRIBUIÇÕES	05
2	DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA OBSERVADA E ESTIMADA PE-LA FUNÇÃO WEIBULL. Pov. 1 - Id 5 anos	45
3	EVOLUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA AJUSTADA PE-LA FUNÇÃO WEIBULL. Pov. 1 - Id 1-6 anos	46
4	EVOLUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA AJUSTADA PE-LA FUNÇÃO WEIBULL. Pov. 2 - Id 5-10 anos	46
5	EVOLUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA AJUSTADA PE-LA FUNÇÃO WEIBULL. Pov. 3 - Id 6-10 anos	47
6	RESÍDUOS PADRONIZADOS X.24	55
7	RESÍDUOS PADRONIZADOS X.93	56
8	RELAÇÕES HIPSOMÉTRICAS	58
9	RESÍDUOS PADRONIZADOS: DENSIDADE	60
10	RESÍDUOS PADRONIZADOS: ÁREA BASAL	62

FIGURA

11	RESÍDUOS PADRONIZADOS: HDOM pov. 2	63
12	HDOM EM FUNÇÃO DA IDADE	65
13	RESÍDUOS PADRONIZADOS: DESVIO PADRÃO DAP	67
14	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 2 - 9 anos.	70
15	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS A PARTIR DAS CA- RACTERÍSTICAS AOS 4 ANOS. Pov. 2-9 anos	73
16	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 1 - 1 ano ..	83
17	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 1 - 2 anos..	83
18	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 1 - 3 anos..	84
19	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 1 - 4 anos..	84
20	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 1 - 5 anos..	85
21	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 1 - 6 anos...	85
22	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 2 - 4 anos..	86
23	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 2 - 5 anos..	86
24	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 2 - 6 anos..	87
25	VOLUME POR CLASSES DAIMÉTRICAS. Pov. 2 - 7 anos..	87
26	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 2 - 8 anos..	88
27	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 2 - 10 anos..	88
28	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 2 - 11 anos..	89

FIGURA

29	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 3 - 7 anos..	89
30	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 3 - 8 anos..	90
31	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 3 - 9 anos..	90
32	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS. Pov. 3 - 10 anos..	91
33	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS A PARTIR DAS CA- RACTERÍSTICAS AOS 2 ANOS. Pov. 1-5 anos	91
34	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS A PARTIR DAS CA- RACTERÍSTICAS AOS 2 ANOS. Pov. 1-6 anos	92
35	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS A PARTIR DAS CA- RACTERÍSTICAS AOS 4 ANOS. Pov. 2-10 anos	92
36	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS A PARTIR DAS CA- RACTERÍSTICAS AOS 4 ANOS. Pov. 2 - 11 anos	93
37	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS A PARTIR DAS CA- RACTERÍSTICAS AOS 6 ANOS. Pov. 3 - 9 anos	93
38	VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS A PARTIR DAS CA- RACTERÍSTICAS AOS 6 ANOS. Pov. 3 - 10 anos	94

LISTA DE TABELAS

TABELA

1	QUALIFICAÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES SEGUNDO OS TESTES DE KOLMOGOROV-SMIRNOV E LOG DA VEROSSIMILHANÇA	42
2	ESTIMADORES DOS PARÂMETROS DAS DISTRIBUIÇÕES DE DIÂMETRO AJUSTADAS PELAS FUNÇÕES WEIBULL, SB E BETA	44
3	INDICADORES DE AJUSTE DAS RELAÇÕES HIPSONÔMETRICAS	48
4	COEFICIENTES DE REGRESSÃO DA RELAÇÃO HIPSONÔMETRICA DE PRODAN	49
5	VALORES OBSERVADOS DE IDADE, DENSIDADE, HDOM, ÁREA BASAL E VARIÂNCIA DO DAP	50
6	RAÍZES LATENTES, VARIÂNCIA RELATIVA E ACUMULADA DE CADA VETOR	51
7	VETORES LATENTES	52
8	PARÂMETROS E PERCENTIS DA FUNÇÃO WEIBULL	53
9	ALTURAS DOMINANTES OBSERVADAS E ESTIMADAS	65

TABELA

10	VOLUME TOTAL (m^3/ha) OBSERVADO E ESTIMADO, CALCULADO A PARTIR DAS CARACTERÍSTICAS OBSERVADAS NAS PARCELAS	69
11	COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO ENTRE OS VOLUMES OBSERVADOS E ESTIMADOS POR CLASSE DIAMÉTRICA	71
12	VOLUME TOTAL (m^3/ha) OBSERVADO E PROGNOSTICADO...	72

RESUMO

No presente trabalho estudou-se a metodologia para desenvolver um modelo para prognosticar o volume por classes diamétricas de *Eucalyptus grandis*, baseado em dados coletados em Concordia, Argentina. As distribuições diamétricas de parcelas permanentes de medição de três povoamentos distintos, foram ajustadas pelas funções probabilísticas: Normal, Log-normal, Gama, Weibull, Beta e SB, utilizando o pacote "Maximum Likelihood Estimation for Selected Distributions" (MLESD). As funções Weibull, SB e Beta apresentaram-se como as melhores, com pouca diferença entre elas e ajuste satisfatório. A função Weibull mostrou maiores vantagens que as outras para correlacionar seus parâmetros com as características do povoamento: densidade, altura média dominante, variância do DAP, idade e área basal. Por sua vez os percentis .24 e .93 forneceram melhor correlação que os parâmetros. Para estimar a altura média das classes diamétricas ajustou-se uma equação de regressão utilizando como variáveis independentes tais características. Também foram ajustadas equações para estimar: densidade, altura média dominante, variância do DAP e área basal, numa determinada idade. O sistema de equações considerado permite prognosticar o volume por classes diamétricas, o qual é calculado da distribuição diamétrica e a relação hipsométrica obtidas a partir das características presentes do povoamento. A acuracidade atingida foi melhor que a de modelos da literatura consultada, sendo a porcentagem média de desvio igual a 9%.

1 INTRODUÇÃO

O *Eucalyptus grandis* é uma espécie latifoliada, exótica, originária da Austrália, de rápido crescimento, rotações curtas (6-10 anos) e de alta produtividade. É usado para a produção de aglomerados, celulose, postes impregnados, madeira serrada e laminados.

Na atualidade há um grande interesse por esta espécie pela multiplicidade de usos e seu rápido crescimento. Estes aspectos a tornam de interesse para a solução do suprimento madeireiro.

Um importante problema para o planejamento e controle da atividade florestal consiste em estudar a produção dos reflorestamentos em função da idade, qualidade de sítio e densidade, o qual é ainda maior quando as florestas são destinadas ao aproveitamento múltiplo, como é o caso do *Eucalyptus grandis*, onde é necessário discriminar o volume por classes diamétricas.

Além disso as projeções da produção são indispensáveis para predizer o efeito das diferentes práticas de manejo sobre o volume por classes diamétricas, e para definir o tipo de manejo que maximize a renda líquida por hectare.

Tem-se que considerar também a tendência mundial de mecanização da exploração florestal, a qual requer para seu planejamento e justificativa econômica o conhecimento da distribuição diamétrica da floresta.

Pelas considerações apontadas, estudou-se neste trabalho a metodologia para desenvolver um modelo que permita prognosticar o volume por classes diamétricas de florestas equianeas de *Eucalyptus grandis*.

2 REVISÃO DE LITERATURA

A revisão de literatura concentrou-se no estudo dos trabalhos sobre distribuições diamétricas e modelos para prever o crescimento e a produção por classes de diâmetro das florestas puras, embora algumas publicações sobre florestas mistas tenham sido revisadas devido a sua importância.

2.1 DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS

Os povoamentos equianeos, segundo LOETSCH *et alii*, têm uma distribuição diamétrica unimodal e os naturais, quando multianeos, uma distribuição diamétrica decrescente³⁰.

Desde que De Licourt construiu seu modelo baseado numa progressão geométrica, até hoje, muitos trabalhos têm sido desenvolvidos sobre o assunto, embora somente seis distribuições ou suas variações resultaram nas melhores para serem utilizadas em florestas equianeas.

Em 1964, BLISS & REINKER apresentaram uma metodologia para selecionar, ajustar e testar a distribuição Log-normal de três parâmetros em povoamentos equianeos de *Pseudotsuga menziesii*, obtendo um excelente ajuste nos 16 povoamentos onde foi testada⁶.

Em 1965, NELSON testou com sucesso a distribuição Gama em povoamentos equianeos de *Pinus taeda*³⁴.

CLUTTER & BENNETT em 1965 e MCGEE & DELLA BIANCA, em 1967, utilizaram com sucesso a função Beta em modelos de

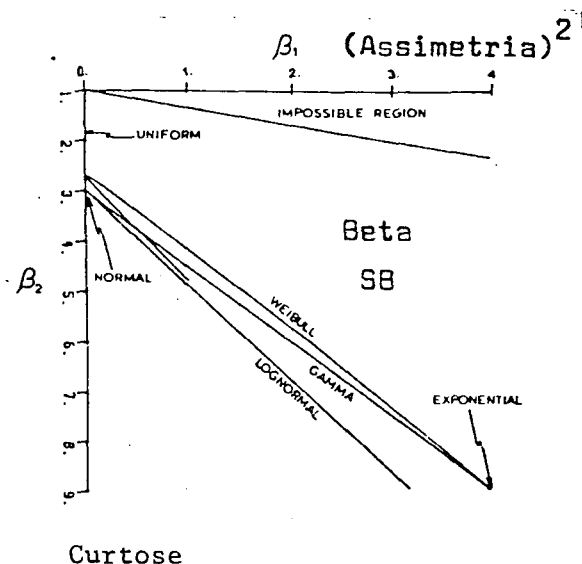
crescimento^{15,32}. ZOHREER, em 1970, considerou a função Beta a mais adaptável pela possibilidade de representar formas unimodais ou "J" invertido, ao testá-la em florestas puras e mistas⁴⁷. LOETSCH *et alii*, baseados no trabalho de Zohrer, descreveram com detalhe a metodologia de ajuste da função Beta através da média, a variância e os valores extremos da variável independente³⁰.

BAILEY & DELL apresentaram em 1973 a função Weibull, considerando-a matematicamente simples e flexível, e mais fácil de utilizar que a Beta pelo fato de não requerer integração numérica para o cálculo do número de indivíduos nas classes. Através dela, distribuições diamétricas decrescentes bem como unimodais foram ajustadas satisfatoriamente³. SCHREUDER & SWANK, em 1974, ao testarem a função Weibull para quantificar a distribuição do diâmetro, área basal, superfície foliar e biomassa em coníferas equianeas, verificaram que ela ajustou muito bem e melhor que a Normal, Log-normal e Gama⁴⁰. BAILEY em 1973, SMALLEY & BAILEY em 1974, SETH *et alii* em 1975 e RUSTAGI em 1978, desenvolveram modelos para estimar o crescimento em florestas equianeas empregando a função Weibull^{2,43,41,36}. EK *et alii*, em 1975, mostraram uma metodologia iterativa para ajustar a função Weibull com um diâmetro médio determinado²¹.

SETH *et alii* trabalharam com *Eucalyptus tereticornis* de 10 anos e testaram as funções Beta, Gama e Weibull. Descreveram a metodologia para o cálculo dos parâmetros e avaliaram o ajuste delas pelo teste de χ^2 . Verificaram que a função Beta ajustou melhor os dados mas escolheram a Weibull pela sua facilidade de ajuste⁴¹.

Em 1977, HAFLEY & SCHREUDER apresentaram a distribuição SB, que foi estudada juntamente com a Beta, Gama, Weibull, Log-normal e Normal. Analisando a flexibilidade das funções em termos de sua habilidade para descrever distintos graus de assimetria e curtose, concluíram que a distribuição Normal é a menos flexível porque só pode representar um ponto no espaço dos eixos (assimetria)² e curtose (Figura 1); as distribuições Weibull, Gama e Log-normal são mais flexíveis pelo fato de no referido espaço cobrirem linhas, o que demonstra sua capacidade de assumir uma variedade de formas; as distribuições Beta e SB são ainda mais flexíveis pela sua capacidade de assumir valores de assimetria e curtose dentro de uma área do espaço mencionado, sendo a função SB a mais flexível por abranger uma área maior que a da Beta²⁶.

FIGURA 1 - ESPAÇO β_1/β_2 MOSTRANDO OS POSSÍVEIS VALORES DE (ASSIMETRIA)² E CURTOSE QUE PODEM ASSUMIR AS DISTRIBUIÇÕES.



FONTE: HAFLEY & SCHREUDER²⁶

Considerando as funções Weibull, Gama e Log-normal, a primeira é mais flexível pelo fato de representar assimetrias positivas e negativas, enquanto que as outras duas somente positivas. Segundo a experiência dos autores a assimetria e curtose estimadas de medições florestais, em geral coincidem com a linha que corresponde a função Weibull na Figura 1²⁶.

Em 1978, SCHREUDER *et alii* desenvolveram o programa MLESD ("Maximum Likelihood Estimation for Selected Distributions") para ajuste das distribuições Normal, Gama, Beta, Log-normal, Weibull e SB, cujos parâmetros são estimados pelo método da máxima verossimilhança e o ajuste testado pelo logaritmo da verossimilhança, Kolmogorov-Smirnov e outros testes de menor importância³⁹. No Brasil, em 1980, COUTO utilizou o pacote MLESD para ajustar distribuições diamétricas de *Pinus caribaea* var. *caribaea*, e encontrou que a melhor função foi a Weibull, seguida imediatamente pela Normal e depois pela Beta¹⁶. FINGER, em 1982, com o mesmo pacote MLESD, trabalhando com *Acacia mearnsii*, achou que a função SB ajustou melhor os dados observados²³.

Em 1976, HAFLEY & SCHREUDER procuraram uma função bivariada para descrever simultaneamente a distribuição do diâmetro e da altura. Estudaram a Gama, Log-normal e Weibull e chegaram à conclusão que nenhuma é utilizável sob o ponto de vista florestal²⁵.

SCHREUDER & HAFLEY, em 1977, apresentaram a distribuição SB bivariada que permite gerar freqüências de diâmetro e altura simultaneamente. Esta nova função é interessante pelo fato que associa a probabilidade do diâmetro e da altura numa só função. Deu bons resultados quando testada em povoamentos equianeos³⁸.

Em florestas naturais do Brasil, BARROS *et alii*, em 1979, testaram várias funções de frequência. A Beta foi a melhor, e a Weibull foi considerada muito boa até um diâmetro determinado⁴. SILVA, em 1984, comparou a função Beta com a de Meyer, encontrando melhor ajuste com a última nas florestas do sul do Brasil⁴².

2.2 MODELOS PARA ESTIMAR A PRODUÇÃO

ALDER considera que o crescimento e a produção de florestas homogêneas podem ser estimadas utilizando basicamente três tipos de modelos:

- a) modelos globais, que fornecem uma estimativa geral sem nenhum tipo de discriminação por tamanho e utilizam como variáveis independentes idade e sítio, ou mais comumente idade, densidade florestal e sítio;
- b) modelos por classes diamétricas, que avaliam a produção discriminada por tamanho, utilizam como variáveis a densidade florestal, idade e sítio, para estimar os parâmetros da função de frequência de diâmetros e as alturas das classes;
- c) modelos de árvore individual, que avaliam a produção considerando as árvores individualmente. Um exemplo dele é o da distância dependente, que utiliza como variável mais importante, além de idade e o sítio, a concorrência entre as árvores. Requer um grande número de cálculos, é muito complexo e não fornece significativamente mais informação que os outros modelos¹.

DANIELS *et alii*, em 1979, estudaram os três tipos de modelos em *Pinus taeda*, verificando que todos são suficientemente precisos, embora os globais e por classes diamétricas sejam melhores¹⁷.

NELSON em 1964, trabalhando com *Pinus taeda* comprovou que a probabilidade de diminuir a variação das estimativas de volume global não explicada pelas variáveis densidade florestal, idade e sítio, é pequena ainda que se considere também a distribuição diamétrica³⁴.

CLUTTER & BENNET, em 1965, trabalhando com *Pinus elliottii*, correlacionaram as características de cada unidade amostral, (idade, densidade florestal e sítio) com os parâmetros da função Beta ajustada para a mesma unidade e obtiveram um conjunto de equações que utilizaram na construção de tabelas de tripla entrada para estimar a frequência de diâmetros¹⁵.

Em 1968, usando a mesma metodologia, MCGEE & DELLA-BIANCA, forneceram uma tabela similar a anterior para *Liriodendron tulipifera* equianea, trabalhando com a frequência da área basal³².

Em 1968, BENNET & CLUTTER, introduziram um novo conceito na sua metodologia, ou seja o cálculo da altura média da classe diamétrica em função da idade, sítio, densidade florestal e diâmetro médio da classe, através do qual elaboraram uma tabela de produção múltipla de tripla entrada para *Pinus elliottii* equianeo, sem desbaste⁵.

BAILEY, em 1973, trabalhando com *Pinus radiata* equianeo, encontrou que as características das unidades amostrais: idade, densidade florestal e altura dominante tinham alta correlação com os percentis $X_{0,24}$ e $X_{0,93}$ e baixa com os parâmetros α , β e c da função Weibull. Devido a este fato, desenvolveu um sistema

de equações para estimar os percentis $X_{0,24}$ e $X_{0,93}$. Baseando-se em um trabalho de DUBEY*, calculou os parâmetros da função Weibull a partir destes percentis mas encontrou diferenças significativas ao comparar as distribuições observadas com aquelas estimadas pelo modelo. Por isso estratificou as unidades amostrais em conjuntos por classes de idade, sítio e densidade, verificando existir homogeneidade de variância dentro dos conjuntos para idade, sítio e densidade florestal, mas alto grau de heterogeneidade para as distribuições diamétricas. Concluiu que o modelo pode estimar satisfatoriamente a distribuição diamétrica de um determinado conjunto, embora esta se mostre deficitária quando comparada com a observada, devido ao fato que a variação das distribuições dentro dos conjuntos é grande².

BURKHART & STRUB, em 1973, desenvolveram um modelo para estimar a distribuição diamétrica e altura média das classes, para *Pinus taeda* equiano, correlacionando os parâmetros da função Beta com as variáveis densidade florestal, idade e altura média das árvores dominantes e co-dominantes. Obtiveram alta correlação nas equações para estimar DAP mínimo, DAP máximo e altura, e baixa correlação nas equações de α e β . Concluem que a função Beta pode ser usada nestes modelos embora exista necessidade de mais pesquisas¹⁰.

* DUBEY, S.D. Some percentile estimators for Weibull parameters. Technometrics, 9: 119-129, 1967. Citado por BAILEY, R.L. Weibull model for *Pinus radiata* diameter distribution. In: IUFRO CONFERENCE OF THE ADVISORY GROUP OF FOREST STATITICIANS. Statistics in forestry research. Vancouver, 1973. p. 54.

CLUTTER & ALLISON, em 1973, desenvolveram um modelo com metodologia diferente à conhecida até então, utilizando três equações não lineares obtidas por regressão para estimar DAP médio, mínimo e sua variância, partindo das variáveis independentes idade e densidade. Com esses dados calcularam os parâmetros α , β e c da função Weibull. Todas as classes diamétricas tinham igual número de árvores, porém amplitude variável, sendo seu diâmetro médio uma função dos parâmetros α , β e c . A altura média de cada classe foi calculada de uma função linear similar as utilizadas nos outros modelos, embora não tenham incluído sítio como variável independente. Os resultados dos testes de avaliação não foram apresentados no referido trabalho¹³.

ELFING, considerando que a estrutura de um povoamento é altamente dependente de sua densidade e uniformidade, desenvolveu um modelo que utiliza como medida de uniformidade a diferença entre a altura dominante e a altura média. As variáveis de entrada no modelo foram altura média, altura dominante, idade e densidade florestal. A partir dessas variáveis estimou os momentos para determinar os parâmetros da função Beta e os coeficientes da função de altura, que permitiram o cálculo do volume por classe de diâmetro. Os valores dos coeficientes de determinações das equações do modelo variaram de 0,79 até 0,84. Comparações gráficas entre as distribuições observadas e as estimadas em 4 unidades amostrais independentes mostraram bom ajuste²².

SMALLEY & BAILEY, desenvolveram em 1974 dois trabalhos sobre tabelas de produção e estrutura de povoamentos, sendo um para *Pinus taeda* e outro para *Pinus echinata*. Incluíram equações

para estimar a densidade em função da idade e o número de árvores inicialmente plantados. A correlação dos parâmetros da função Weibull com a altura dominante, idade e densidade não foi muito boa, porém na avaliação os resultados foram aceitáveis.^{43,44}

Em 1977, LOHREY & BAILEY, trabalhando com *Pinus palustris* e utilizando a função Weibull, desenvolveram um modelo para estimar número de árvores, área basal e prognosticar volume por classe diamétrica. O modelo mostrou-se mais preciso que os desenvolvidos anteriormente³¹.

CLUTTER & BELCHER, em 1978, criaram um modelo para estimar o crescimento e a produção de um povoamento de *Pinus elliottii* equiano, sem desbaste. As variáveis de entrada no modelo foram idade, densidade florestal no ano da estimativa e altura média das árvores dominantes e co-dominantes. As saídas do modelo foram número de árvores por classe diamétrica e sua altura média. Utilizando a função Weibull calcularam os parâmetros por funções lineares a partir das variáveis de entrada. Os coeficientes de determinação destas equações foram baixos e as equações de altura complexas, incluindo entre suas variáveis a frequência acumulada da função Weibull. Comparando os volumes observados com os estimados, em 64% dos casos, a diferença foi inferior a 20%¹⁴.

RUSTAGI, em 1978, analisou a vantagem de trabalhar com área basal por classe diamétrica no lugar da frequência de árvores, devido à área basal guardar uma melhor relação com o volume do que o número de árvores. Estudou a relação entre os parâmetros da função Weibull e as características dos povoamentos, sendo o DAP médio e o DAP máximo os mais relevantes. Comparou os parâmetros da função da frequência observados com os

estimados pelo modelo desenvolvido, encontrando boa coincidência. Mostrou seu ajuste, ao plotar a área basal acumulada observada em função da estimada, de cada unidade amostral³⁶.

DELL *et alii*, em 1979, utilizaram a função Weibull no desenvolvimento de um modelo para prognosticar a produção de *Pinus elliottii*, o qual ao ser avaliado utilizando algumas das unidades amostrais originais, apresentou uma boa precisão¹⁵.

COUTO, em 1980, testando as funções Normal, Log-normal, Gama, Beta, SB e Weibull, considerou que para a escolha duma função, torna-se necessário, além de bom ajuste dos dados, boa correlação com a idade. Concluiu que, sob esse ponto de vista, as funções Weibull e Normal foram as distribuições que apresentaram melhor comportamento¹⁶.

BURKHART, em 1981, comentou sobre a necessidade de criar modelos flexíveis de estimação, que permitam fazer variações em função de novas tecnologias, melhoramentos, novos padrões de utilização, etc. Cita Daniels que ao comparar para *Pinus taeda* os três tipos de modelos: global, por classes e por árvore individual, encontrou incompatibilidade entre eles quando fez intercâmbio de informação entre um e outro modelo⁸.

CAMPOS em 1981, trabalhou com parcelas permanentes de *Pinus patula*, em Minas Gerais (Brasil), concluiu que a função Beta é a melhor para ajuste das distribuições de diâmetro das parcelas, mas optou pela função Weibull, pelo fato de seus parâmetros guardarem melhor correlação com as características do povoamento. Com base na função Weibull desenvolveu um sistema de equações para estimar tais parâmetros e pela análise dos resíduos escolheu o melhor modelo. Não encontrou

diferenças significativas entre o diâmetro quadrático médio estimado e observado nas parcelas.¹²

HAGGLUND, em 1981, apresenta uma metodologia desenvolvida por Lundstron, não publicada, a qual considera que o diâmetro se distribue segundo uma função discreta de quatro classes determinadas em função do diâmetro máximo e do diâmetro quadrático médio. A frequência de cada classe foi calculada por uma função que utiliza como variáveis: diâmetro médio, diâmetro quadrático médio/DAP e número de árvores/ha.²⁷

HOSOKAWA utilizou as características frequência volumétrica máxima relativa, variância do DAP e sua assimetria, em povoamentos de *Araucaria angustifolia*, para descrever a evolução destes em função da idade²⁸.

Existem outros tipos de modelos como o "matricial de transição" utilizado por WADSWORTH⁴⁶ em florestas tropicais, que segundo ALDER¹, serve para fazer estimativas em curtos períodos de tempo. Todavia o modelo é de limitada precisão porque requer classes amplas e muito complexo para representar interações dinâmicas. Seu uso ficou limitado às florestas mistas.

EK, em 1974, apresentou um modelo para florestas de madeira dura do norte dos Estados Unidos. Baseado num sistema de equações não lineares que permitem estimar os componentes do crescimento de cada classe diamétrica, em função das seguintes características: número de árvores, área basal, classe de sítio, área basal/classe e número de árvores atual da classe. A estimativa serve para um período fixo de crescimento definido em 5 anos²⁰. SOLOMON desenvolveu um modelo mais complexo para este tipo de floresta⁴⁵.

MOSER trabalhou com equações diferenciais para estimar os componentes do crescimento por classe diamétrica. Este tipo de modelo não apresenta vantagem sobre aqueles de classes diamétricas em florestas equianeas.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 CARACTERÍSTICAS DA ESPÉCIE

O *Eucalyptus grandis*, originário do Norte de Queensland, Austrália, é uma árvore de grande porte que atinge 50 a 55 metros de altura, possui crescimento rápido, sendo possível seu aproveitamento industrial a partir dos 6 anos, produzindo em média acima de 300 m³ de madeira por hectare aos 10 anos de idade.

Sua madeira é utilizada para a produção de postes impregnados, aglomerados, celulose e serraria.

3.2 LEVANTAMENTO DOS DADOS

Os dados foram coletados em povoamentos comerciais localizados na região de Concordia, Entre Rios, Argentina, em uma altitude de 30 m sobre o nível do mar, a 31°22' de latitude sul e 58°07' de longitude oeste.

O primeiro grupo de dados foi coletado em parcelas testemunhas de um experimento de desgalhamento, com 5 repetições totalizando 200 árvores. As medições foram feitas no mês de julho, dos anos de 1976, 77, 78, 79, 80 e 81 nas idades 1, 2, 3, 4, 5, 6 anos. Em cada levantamento mediu-se o DAP e a altura das mesmas árvores. O espaçamento é de 4,0 x 2,5 m. Registrou-se também a mortalidade.

Outro grupo de dados foi coletado em parcelas testemunhas dum experimento de desbaste, com 3 repetições totalizando 222 árvores. As parcelas foram medidas no mês de julho, dos anos de 1978, 79, 80, 81, 82, 83, 84 e 85 nas idades de 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11 anos. Em cada levantamento mediu-se o diâmetro a altura do peito (DAP) das mesmas árvores e as alturas da metade delas. Resgistrou-se também a mortalidade. O espaçamento é de 2,5 x 2,5 metros.

O terceiro grupo de dados foi coletado no mês de julho dos anos de 1977, 78, 79, 80 e 81 quando o povoamento tinha 6, 7, 8, 9 e 10 anos, em cada parcela foram medidos o DAP de 489 árvores e a altura total de 10% delas. O espaçamento é de 3 x 3 m. Registrou-se a mortalidade.

Nos três casos as parcelas não receberam nenhum tipo de tratamento. A coleta de dados foi efetuada pela equipe de medição da Estação Experimental Agropecuaria Concordia do Instituto Nacional de Tecnologia Agropecuaria (INTA).

3.3 DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS

Para descrever a distribuição diamétrica de cada uma das parcelas testou-se o ajuste das funções de densidade Normal, Log-normal, Gama, Weibull, SB e Beta, consideradas por HAFLEY & SCHREUDER²⁶, como as mais flexíveis para se ajustarem a conjuntos de dados de diâmetros de árvores.

3.3.1 Distribuição Normal

Uma variável aleatória x é normalmente distribuída, segundo SCHREUDER *et alii*³⁹, se ela apresenta a função de densidade probabilística:

$$f(x) = \{1/(\sqrt{2\pi} \sigma_1)\} \exp \{-1/2(x - \mu_1)^2 / \sigma_1^2\}$$

para:

$$-\infty < x < \infty$$

$$-\infty < \mu_1 < \infty$$

$$\sigma_1 > 0$$

onde:

x = variável aleatória

σ_1, μ_1 = parâmetros da função.

Os parâmetros μ_1 e σ_1 , são respectivamente, a média e o desvio padrão da variável aleatória.

A função de verossimilhança de n variáveis aleatórias $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, com função de densidade $f(x_i)$, é $f(x_1) \cdot f(x_2) \cdot f(x_3) \cdot \dots \cdot f(x_n)$, cuja notação é $L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ (COUTO¹⁶).

Portanto, para a distribuição Normal, a função de verossimilhança L é:

$$L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = (1/2 \pi \sigma_1^2)^{n/2} \exp\{-(1/2\sigma_1^2) \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_1)^2\}$$

para:

$$-\infty < \mu_1 < \infty$$

$$\sigma_1 > 0$$

O logaritmo da função de verossimilhança é:

$$\ln L = -\frac{n}{2} (1 + \ln 2\pi + \ln \sigma_1^2)$$

para:

$$-\infty < \mu_1 < \infty$$

$$\sigma_1 > 0$$

onde:

n = número de observações

σ_1, μ_1 = parâmetros da função.

A estimativa da máxima verossimilhança para os parâmetros é:

$$\hat{\mu}_1 = (1/n) \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\hat{\sigma}_1 = (1/n) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

3.3.2 Distribuição Log-normal

A função de densidade de uma distribuição Log-normal, segundo SCHREUDER *et alii*³⁹, é dada por:

$$f(x) = \{1/(x \sqrt{2\pi} \sigma_2)\} \exp \{-1/(2 \sigma_2^2) (\ln x - \mu_2)^2\}$$

para:

$$0 < x < \infty$$

$$-\infty < \mu_2 < \infty$$

$$\sigma_2 > 0$$

onde:

x = variável aleatória

μ_2, σ_2 = parâmetros da função.

O logaritmo da função de verossimilhança é:

$$\ln L = - \frac{n}{2} (1 + \ln 2\pi + \ln \sigma_2^2 + \mu_2)$$

para:

$$-\infty < \mu_1 < \infty$$

$$\sigma_2 < 0$$

onde:

μ_2, σ_2 = parâmetros da função.

A estimativa da máxima verossimilhança para os parâmetros é:

$$\hat{\mu}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$$

$$\hat{\sigma}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - \mu_2)^2$$

3.3.3 Distribuição Gama

A função de densidade probabilística da função Gama, para uma variável aleatória x , segundo SCHREUDER *et alii*³⁹, é:

$$f(x) = \{1/(\beta^\alpha \Gamma(\alpha))\} x^{\alpha-1} \exp(-x/\beta)$$

para:

$$0 < x < \infty$$

$$\alpha, \beta > 0$$

onde:

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!$$

x = variável aleatória

α, β = parâmetros.

Os parâmetros da função normalmente são estimados pelo método da função geradora de momentos, com as seguintes equações:

$$\hat{\alpha} = (\bar{x}/s)$$

$$\hat{\beta} = s^2/\bar{x}$$

onde:

\bar{x} = estimativa da média aritmética da variável aleatória x

s = estimativa do desvio padrão da variável aleatória x .

3.3.4 Distribuição Weibull

Uma variável aleatória x tem uma distribuição Weibull, segundo SCHREUDER *et alii*³⁹, se ela apresenta a seguinte função:

$$f(x) = (c/\beta) (x/\beta)^{c-1} \exp -(x/\beta)^c$$

para:

$$0 < x < \infty$$

$$c \text{ e } \beta > 0$$

onde:

x = variável aleatória

$\hat{\beta}$ = parâmetro de escala

\hat{c} = parâmetro de forma.

O comum, segundo COUTO¹⁶, é estimar os parâmetros pelo método da máxima verossimilhança, do que resultam as seguintes equações:

$$\hat{\beta} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^{\hat{c}} \right)^{1/\hat{c}}$$

$$\hat{c} = n / \left\{ (1/\hat{\beta})^{\hat{c}} \sum_{i=1}^n x_i^{\hat{c}} \ln x_i \right\}$$

onde:

x_i = variável aleatória

n = número de observações

$\hat{\beta}$, \hat{c} = parâmetros da função.

Para estimar c , substituiu-se o valor de β e calcula-se c por iterações sucessivas.

3.3.5 Distribuição SB

Apresenta a seguinte função (SCHREUDER *et alii*³⁹):

$$f(x) = \delta\lambda / \{\sqrt{2\pi}(x-\varepsilon)(\lambda+\varepsilon-x)\} \exp \{-1/2 [\gamma + \delta \ln (x-\varepsilon)/(\varepsilon+\lambda-x)]^2\}$$

para:

$$\varepsilon < x < \varepsilon + \lambda$$

$$-\infty < \gamma < \infty$$

$$\lambda > 0 \text{ e } \delta > 0$$

onde:

ε = parâmetro, valor mínimo da variável aleatória x

λ = parâmetro, amplitude da variável aleatória

γ = parâmetro.

Para estimar os parâmetros pelo método da máxima verossimilhança, segundo COUTO¹⁶, substitui-se:

$$y_i = (x_i - \varepsilon) / \lambda$$

Portanto a função fica da seguinte forma:

$$f(y) = \{\delta / [\sqrt{2\pi} \lambda y_i (1 - y_i)]\} \exp \{-1/2 [\gamma + \delta \ln (y_i / (1 - y_i))]^2\}$$

para:

$$0 < y < 1$$

$$-\infty < \gamma < \infty$$

$$\lambda < 0 \text{ e } \delta < 0$$

Fazendo:

$$f_i = \ln (y_i / (1 - y_i))$$

As estimativas dos parâmetros são:

$$\hat{\gamma} = -\delta \bar{f}$$

$$\hat{\delta} = \{n / \sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2\}^{1/2} = 1/sf$$

onde:

\bar{f} = média aritmética da variável f_i ;

sf = desvio padrão da variável f_i ;

n = número de observações;

γ, δ = parâmetros da função.

3.3.6 Distribuição Beta

Segundo COUTO¹⁶, a variável aleatória tem uma distribuição Beta se a função de densidade probabilística é a seguinte:

$$f(x) = \{\Gamma(\alpha + \beta) / (\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta))\} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}$$

para:

$$0 < x < 1$$

$$\alpha, \beta > 0$$

onde:

x = variável aleatória;

α, β = parâmetros;

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!$$

Em geral os parâmetros são estimados pelo método dos momentos com as seguintes equações:

$$\bar{x} = \hat{\alpha} / (\hat{\alpha} + \hat{\beta})$$

$$s^2 = \hat{\alpha}\hat{\beta} / \{(\hat{\alpha} + \hat{\beta})^2 (\hat{\alpha} + \hat{\beta} + 1)\}$$

onde:

\bar{x} = média aritmética da variável aleatória x ;

s^2 = variância da variável aleatória x ;

α, β = parâmetros da função Beta.

3.3.7 Ajuste das distribuições

Utilizou-se para este fim o pacote MLESD gerado por SCHREUDER *et alii*³⁹, cujas funções são resolvidas pelo método de máxima verossimilhança.

As estimativas dos parâmetros da função Gama são obtidas da solução de um conjunto de equações simultâneas pelo processo iterativo de Brown, que utiliza um método igual ao de Newton baseado na eliminação gaussiana.

Na Weibull é utilizado o método de Brown para estimar o parâmetro de forma c . Para o início da iteração é utilizado o estimador de Menon como primeiro valor de c . O parâmetro β , escala, é então determinado pela equação da reta empregando o estimador de máxima verossimilhança c .

As distribuições SB e Beta necessitam da especificação dos limites superior e inferior dos dados. O programa usa as séries de Fibonacci para obter o valor do limite superior, o qual em combinação com os estimadores dos dois parâmetros restantes, maximiza a função de probabilidade.

Na distribuição Beta, para cada valor do limite superior é utilizado o método de Brown para estimar α e β , e as iterações são iniciadas por estimadores calculados pelo método dos momentos.

A saída do programa inclui os valores mínimo e máximo observados, parâmetros estimados, tabela de probabilidade estimada e observada, probabilidade acumulada e frequência por classe.

3.3.8 Escolha da melhor distribuição

Para avaliar as distribuições utilizou-se o critério recomendado por SCHREUDER *et alii*³⁹ que consiste em compará-las baseando-se no logarítmo da verossimilhança e aplicar o teste de Kolmogorov-Smirnov para verificar o melhor ajuste.

O logarítmo da função de verossimilhança apresentado pelos autores para as distribuições testadas é:

Normal:

$$\ln L = -n/2(1 + \ln 2\pi + \ln \sigma_1^2)$$

Log-normal:

$$\ln L = -n/2(1 + \ln 2\pi + \ln \sigma_2^2 + \mu_2)$$

Gama:

$$\ln L = -n\{\alpha \ln \beta + \ln \Gamma(\alpha) - (\alpha-1) \mu_2 + \mu_1/\beta\}$$

Weibull:

$$\ln L = -n\{1 - (c-1) \mu_2 + (c-1) \ln \beta - \ln c/\beta\}$$

SB:

$$\ln L = -n\{1/2 - \ln(\delta\lambda) - \ln\sqrt{2\pi} + \sum_{i=1}^n f_i \ln(\epsilon + \lambda - x_i) + \sum_{i=1}^n f_i \ln(x_i - \epsilon)\}$$

Beta:

$$\begin{aligned} \ln L = & -n\{\ln[\Gamma(\alpha+\beta)/[\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)]] - (\alpha+\beta-1) \ln(\beta-\epsilon) + (\alpha-1) \sum_{i=1}^n f_i \ln(x_i - \epsilon) + \\ & + (\beta-1) \sum_{i=1}^n f_i \ln(\beta - x_i)\} \end{aligned}$$

onde:

f_i = probabilidade observada na classe i ;

n = frequência total;

σ_1 = desvio padrão;

σ_2 = desvio padrão da variável logaritmizada;

μ_1 = média aritmética;

μ_2 = média aritmética da variável logaritmizada;

$\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)!$

Nas saídas do pacote MLESD a distribuição com menor L tem qualificação 1, o que significa que é a melhor segundo este teste.

O teste de Kolmogorov-Smirnov compara a frequência acumulativa estimada com a frequência acumulativa observada. O ponto de maior divergência entre as duas distribuições é o valor D de Kolmogorov-Smirnov (CAMPOS¹¹).

$$D = \sup_X |F(X) - S(X)|$$

$F(X)$ = valor da função de distribuição de frequência acumulativa teórica;

$S(X)$ = valor da função de distribuição de frequência acumulativa observada.

Nas saídas do pacote MLESD a distribuição com menor D tem qualificação 1, o que significa a melhor segundo este teste.

Para escolher a melhor distribuição, além da qualidade do ajuste, considerou-se aquelas cujos parâmetros tivessem uma tendência definida com a idade do povoamento, conforme a recomendação de COUTO¹⁶. Este último aspecto é importante pelo

fato de haver distribuições que ajustam muito bem os dados observados, mas seus parâmetros se distribuem de forma totalmente aleatória, quando plotados em função da idade do povoamento.

3.4 RELAÇÕES HIPSOMÉTRICAS

Os dados de altura e diâmetro de cada uma das parcelas foram correlacionados utilizando equações hipsométricas clássicas:

Parabólica:

$$h_i = b_0 + b_1 d_i + b_2 d_i^2$$

Stoffels:

$$\ln h_i = b_0 + b_1 \ln d_i$$

Curtis:

$$\ln h_i = b_0 + b_1 / d_i$$

Henriksen:

$$h_i = b_0 + b_1 \ln d_i$$

Petterson:

$$(h_i - 1.3)^{-1/3} = b_0 + b_1 / d_i$$

Prodan:

$$(h_i - 1.3) = d_i^2 / (b_0 + b_1 d_i + b_2 d_i^2)$$

onde:

h_i = altura estimada para o diâmetro d_i ;

\ln = logarítmo neperiano;

b_0, b_1, b_2 = coeficientes de regressão.

As equações foram avaliadas analisando-se seu coeficiente de determinação (R^2), valor F da análise de variância, erro padrão da estimativa absoluto (sxy) e relativo (sxy%), e tendenciosidade dos resíduos.

$$R^2 = \text{SQReg}/\text{SQTotal}$$

$$F = \text{QMReg}/\text{QMErro}$$

$$\text{sxy} = \text{QMErro}$$

$$\text{sxy}\% = \text{sxy}/\bar{y} \times 100$$

onde:

SQReg = soma de quadrados devida à regressão;

SQTotal = soma de quadrados total;

QMErro = quadrado médio do erro;

\bar{y} = valor médio observado da variável independente

Para comparar o sxy e sxy% das equações foi necessário corrigi-los onde a variável independente foi transformada.

Nas equações de Stoffels e Curtis, nas quais a variável altura foi logaritmizada, aplicou-se a metodologia de FURNIVAL²⁴.

$$\text{sxy}(c) = \text{Antiln} \{ \Sigma (\ln h_i) / n \} \text{sxy}$$

$$\text{sxy}\%(c) = \text{sxy}(c) / \bar{h} \cdot 100$$

onde:

sxy(c) = erro padrão da estimativa corrigida;

sxy%(c) = erro padrão da estimativa relativo corrigida;

$\ln h$ = logarítmo neperiano da altura;

n = número de observações.

Nas equações de Petterson e Prodan o syx foi calculado da seguinte forma:

$$s_{xy}(c) = \sqrt{\frac{\sum (\hat{h} - h_{obs.})^2}{(n - n^{\circ} \text{ de coef.})}}$$

$$s_{xy\%}(c) = s_{xy}(c) / \bar{h} \cdot 100$$

onde:

\hat{h} = altura estimada;

$h_{obs.}$ = altura observada;

$n^{\circ} \text{ coef.}$ = número de coeficientes da equação de regressão;

n = número de observações.

A tendenciosidade das equações foi avaliada pela análise do gráfico dos resíduos padronizados plotados sobre o eixo das alturas estimadas (DRAPER & SMITH¹⁹).

$$e = (\text{altura observada} - \text{altura estimada}) / s_{xy}(c)$$

onde:

e = resíduo padronizado.

A escolha da melhor equação foi feita pela comparação dos indicadores de ajuste mencionados, procurando a melhor e ao mesmo tempo a menos tendenciosa.

3.5 CARACTERÍSTICAS DAS PARCELAS

Para cada parcela determinaram-se as seguintes características: variância do diâmetro à altura do peito, altura total média das árvores dominantes (HDOM), idade, número de árvores por hectare e área basal.

Escolheram-se estas características para associá-las com os parâmetros das distribuições diamétricas, pelo fato de serem as mais freqüentemente mencionadas na literatura consultada.

A variância do DAP é uma característica poucas vezes considerada nestes modelos, embora seja uma boa indicadora da uniformidade do povoamento. Ela é uma consequência dos tratos silviculturais executados na implantação da floresta como são a preparação do solo, controle de formigas e de ervas daninhas, etc.

Altura total média das árvores dominantes (HDOM) é a altura total média das 100 árvores de maior diâmetro que ocorrem num hectare do povoamento. As alturas dessas árvores foram obtidas utilizando-se a relação hipsométrica da parcela.

3.6 CORRELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DAS DISTRIBUIÇÕES E AS CARACTERÍSTICAS DAS PARCELAS

As características das parcelas foram as variáveis independentes nas equações de regressão, para estimar os parâmetros da função de distribuição diamétrica de cada uma delas.

Dos modelos similares existentes na literatura consultada, recompilou-se a seguinte lista de variáveis:

Idade: Id ; $1/Id$; $(Id)^2$; $\ln(Id)$

Número de árvores por hectare: N , $1/N$; \sqrt{N}

Altura média dominante: $HDOM$, $1/HDOM$, $(HDOM)^2$, $\ln(HDOM)$

Área basal: AB ; $1/AB$

Variância do DAP: s^2 .

Segundo ISEBRANDS & CROW²⁹, há muitos métodos disponíveis para a seleção de variáveis a serem utilizadas numa equação de regressão. A maioria destes métodos não dá resultados satisfatórios quando a correlação entre variáveis independentes é alta, porque quanto maior a correlação tanto menos ortogonais são os dados. Os métodos de seleção comumente utilizados, como o "Forward" e "Stepwise", ajudam a encontrar uma equação aceitável, mas não necessariamente a melhor.

COX*, citado por ISEBRANDS & CROWN²⁹, propôs a técnica da análise dos componentes principais, cuja metodologia permite sugerir as variáveis independentes que têm menos correlação entre elas e que ao mesmo tempo absorvem a maior parte da variação total dos dados.

ISEBRANDS & CROW²⁹, definem os componentes principais como as combinações lineares das variáveis originais (x_i), que têm como notação ξ_i , para $i = 1$ até p , onde p é o número de variáveis aleatórias consideradas.

$$\xi_i = a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{ip} x_p$$

O vetor formado pelos coeficientes a_{ij} , onde o subíndice i indica o número de vetor latente e o subíndice j o número de variável x_j , é chamado "eigenvector" ou vetor latente e designado \tilde{A} .

* COX, D.R. Notes on some aspects of regression analysis. J. Roy. Stat. Soc. Serv. A 131(Pt. 3): 265-279, 1968. Citado por ISEBRANDS, J.G. & CROW, R. Introduction to uses and interpretation of principal component analysis in forestry biology. U.S. For. Ser. General Technical Report, NC-17, 1975. 19 p. p. 13.

Cada vetor latente tem uma variância associada com ele denominada "eigenvalue" ou raiz latente e sua notação é λ_i , onde $i = 1$ até p .

Segundo os autores, os dados observados são n pontos dispersos em p dimensões. A análise dos componentes principais é uma rotação de eixos tal que a variância total das projeções dos pontos sobre o primeiro dos eixos é máxima (Ex.: primeiro componente principal). O segundo eixo (segundo componente principal) é escolhido ortogonalmente ao primeiro e tem o máximo possível da variância remanescente. Cada eixo a mais é ortogonal e tem o máximo possível da variância remanescente. As combinações lineares ξ_i são o comprimento das projeções sobre o novo eixo e os cosenos direcionais das projeções são os coeficientes a_{ij} dos vetores latentes. A variância da projeção é λ_i , a raiz latente do vetor latente i .

A soma das variâncias de cada componente principal é igual a soma das variâncias de cada uma das variáveis independentes.

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_p = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \dots + \sigma_p^2$$

A $\sum \lambda_i$ é a variância total das variáveis independentes ou seja a somatória da diagonal principal de uma matriz correlação.

$$\lambda_i / \sum \lambda_i \times 100$$

é a porcentagem da variância total explicada pelo componente principal i .

Para a análise dos componentes principais é possível trabalhar com a matriz covariância ou a matriz correlação. Trabalhou-se com esta última pelo fato de serem distintas as uni-

dades de medição das variáveis envolvidas na análise. Isto simplifica o cálculo e a interpretação dos resultados.

Para o cálculo dos vetores e raízes latentes utilizou-se o programa PCAR, desenvolvido por ORLOCI³⁵. Uma vez calculados os vetores e suas raízes latentes, eles foram interpretados segundo a metodologia proposta por ISEBRANDS & CROW²⁹.

Em primeiro lugar, calculou-se a porcentagem acumulativa de variância total para os vetores latentes e depois escolheu-se os primeiros vetores que explicaram acima de 99% da variância total das variáveis independentes.

Em seguida, escolheu-se dentro de cada vetor a variável mais importante: aquela com maior módulo do coeficiente a_{ij} . Quando o maior módulo do a_{ij} correspondeu a uma variável escolhida em um vetor anterior, procurou-se o seguinte maior a_{ij} .

Após a pré-seleção de variáveis ajustaram-se as equações para estimar os parâmetros das funções de distribuição diamétrica a partir das características do povoamento. Estas equações foram ajustadas pelo método dos mínimos quadrados e avaliadas pelo coeficiente de determinação (R^2), valor F da análise de variância, erro padrão da estimativa (s_{xy}), erro padrão da estimativa relativa à média de y ($s_{xy} \%$), e análise do gráfico de tendenciosidade dos resíduos.

Também foi avaliada a significância de cada um dos coeficientes de regressão pelo teste t , o que serviu para eliminar algumas das variáveis.

Da mesma maneira trabalhou-se com os percentis X.24 e X.93 da função Weibull, seguindo a recomendação de BAILEY². Entende-se por percentil X.24 ao valor que assume a variável independente, neste caso o DAP, quando sua probabilidade acumulada é

igual a 0.24 e percentil X.93 quando sua probabilidade acumulada é igual a 0.93. Segundo o mesmo autor a correlação entre as características do povoamento e os percentis X.24 e X.93 é maior que a correlação com os parâmetros da função Weibull.

As equações utilizadas para obter os parâmetros a partir dos percentis são as seguintes.

$$\hat{c} = 2.271081/\ln (X.93/X.24)$$

$$\hat{\beta} = X.24/(0.274436)^{1/\hat{c}}$$

onde:

$\hat{\beta}$, \hat{c} = parâmetros da função Weibull;

X.93 = valor da variável X onde a probabilidade acumulada atinge a 0,93;

X.24 = valor da variável X onde a probabilidade acumulada atinge 0,24.

3.7 ESTIMATIVA DA ALTURA MÉDIA DAS CLASSES DIAMÉTRICAS

Para estimar a altura média de classe diamétrica utilizou-se a equação desenvolvida por BENNETT & CLUTTER⁵ para "slash pine".

$$\ln h_i = b_0 + b_1 \text{HDOM} + b_2 N/100 + b_3/\text{Id} + b_4/d_i$$

onde:

$\ln h_i$ = logaritmo neperiano da altura média da classe i;

HDOM = altura média das árvores dominantes do povoamento;

N = número de árvores por hectare;

Id = idade

d_i = diâmetro médio da classe diamétrica i.

O ajuste desta equação foi avaliado pelo coeficiente de determinação (R^2), o erro padrão da estimativa (sxy), o erro padrão da estimativa relativo à média estimada (syx%), o valor F da análise de variância e a tendenciosidade de seus resíduos. A significância de cada uma das variáveis foi determinada pelo teste t.

Pelo fato que em cada povoamento foram medidas distintas quantidades de alturas, a regressão foi feita utilizando-se os pares altura-diâmetro de cada classe diamétrica, obtidos pela relação hipsométrica de cada parcela.

3.8 EQUAÇÕES PARA ESTIMAR AS CARACTERÍSTICAS DO POVOAMENTO A UMA DETERMINADA IDADE

Para estimar as características de um povoamento a uma determinada idade, foram utilizadas equações desenvolvidas por outros pesquisadores em trabalhos semelhantes. Para estimar a variância do DAP utilizou-se uma equação desenvolvida neste trabalho.

3.8.1 Estimativa da densidade

Utilizou-se uma equação baseada na desenvolvida por BAILEY³ para *Pinus radiata*:

$$N = b_0 N_6^{b_1} \cdot 10^{b_2 Id}$$

onde:

N = número de árvores por hectare;

N_6 = número de árvores aos 6 anos;

Id = idade;

b_0 , b_1 , b_2 = coeficientes de regressão.

Para fazer a regressão a equação foi logaritmizada da seguinte maneira:

$$\log N = \log b + b \log N + b \text{ Id}$$

O ajuste foi avaliado pelo coeficiente de determinação (R^2), erro padrão da estimativa (s_{xy}), erro padrão da estimativa relativa a média ($s_{xy}\%$), e análise do gráfico de tendência dos resíduos. A significância dos coeficientes de regressão foi determinada pelo teste t.

3.8.2 Estimativa da área basal

Utilizou-se a equação de Schumacher para estimar a área basal do povoamento a uma determinada idade (BRUCE & SCHUMACHER⁷).

$$\ln AB = b_0 + b_1/\text{Id} + b_2 \text{ HDOM}/\text{Id} + b_3 \text{ HDOM}$$

onde:

$\ln AB$ = logaritmo neperiano da área basal;

Id = idade;

HDOM = altura média total das árvores dominantes;

b_0, b_1, b_2, b_3 = coeficientes de regressão.

A equação foi avaliada pelos mesmos indicadores de ajuste mencionados no item 3.8.1.

3.8.3 Estimativa da altura média dominante

Para estimar a altura média dominante em função da idade utilizaram-se funções anamórficas. Para esse fim ajustou-se uma curva guia com as alturas dominantes de um dos sítios e a partir dela calcularam-se as restantes. Utilizou-se

a seguinte equação, baseada na de Henriksen:

$$\text{HDOM} = b_0 + b_1 \ln(\text{Id})$$

onde:

HDOM = altura média estimada das árvores dominantes;

$\ln(\text{Id})$ = logaritmo neperiano da idade;

b_0, b_1 = coeficientes de regressão.

Para o cálculo da altura média das árvores dominantes num determinado sítio a uma determinada idade, a equação ficou da seguinte forma:

$$\text{HDOM} = \text{HDOM atual} + b_1 (\ln \text{Id} - \ln \text{Id atual})$$

onde:

HDOM = altura média estimada das árvores dominantes;

HDOM atual = altura média atual das árvores dominantes;

$\ln \text{Id}$ = log neperiano da idade na qual se quer estimar
HDOM;

$\ln \text{Id atual}$ = log neperiano da idade atual.

A avaliação da equação foi feita pelos mesmos indicadores de ajuste descritos no item 3.8.1.

3.8.4 Estimativa da variância do diâmetro à altura do peito (DAP)

A variância do DAP foi estimada através do desvio padrão:

$$\text{Variância DAP} = (\text{desvio padrão DAP})^2$$

O desvio padrão do DAP além de ser altamente dependente da uniformidade diamétrica atingida na implantação da floresta,

sofre a influência do sítio; em geral nos sítios bons o DAP é mais uniforme que nos ruins. Observou-se nas parcelas que esta característica incrementa-se também com a idade. Em função destas considerações desenvolveu-se a equação a seguir:

$$s = b_0 + b_1(Id)^2 + b_2N + b_3HDOM + b_4s_6 + b_5(Id.N)$$

onde:

s = desvio padrão do DAP na idade Id ;

Id = idade para a qual se quer fazer a estimativa;

N = número de árvores por hectare na idade Id ;

$HDOM$ = altura média das árvores dominantes na idade Id ;

s_6 = desvio padrão do DAP aos 6 anos.

O ajuste da equação foi avaliado pelos indicadores mencionados no item 3.8.1.

3.9 ACURACIDADE DO MODELO

A acuracidade do modelo foi avaliada para duas situações:

- a) estimativas de volume obtidas a partir de características observadas;
- b) prognoses de volume, obtidas a partir de características estimadas.

3.9.1 Acuracidade das estimativas a partir das características observadas

Para cada uma das parcelas, a partir das características atuais do povoamento, isto é, trabalhando com os valores atuais de $HDOM$, área basal, variância do DAP e densidade, obteve-se

pelo modelo a distribuição diamétrica e a relação hipsométrica. A partir delas determinou-se o volume por classe diamétrica de 3 cm e total.

Como o objetivo deste trabalho é estabelecer a metodologia para desenvolver um modelo para prognosticar o volume por classes e não generalizar a utilização do modelo, empregou-se uma equação simples para o cálculo do volume das classes:

$$\text{Vol } i = d_i^2 \cdot h_i \cdot 3.1416/4 \cdot f \cdot n_i \quad (1)$$

onde:

Vol i = volume classe i;

d_i = DAP médio da classe i;

h_i = altura total da classe i;

f = fator de forma;

n_i = número de árvores na classe i.

O volume total foi calculado por somatória do volume das classes.

Denominou-se volume estimado o obtido da distribuição diamétrica e relação hipsométrica estimadas pelo modelo, e volume observado o obtido da distribuição diamétrica e relação hipsométrica observadas (DANIELS *et alii*¹⁷, BURKHART⁸). Para o cálculo de ambos utilizou-se a equação (1).

Os volumes totais estimados de cada uma das parcelas foram comparados com os volumes observados, utilizando-se os seguintes indicadores para avaliar a acuracidade:

- a) coeficientes de determinação da regressão entre os valores observados e estimados, para verificar a porcentagem de variação do volume observado pelo modelo (SMALLEY & BAILEY⁴³).

b) Porcentagem média dos desvios:

$$PMD = 1/n(|Vol\ obs. - Vol\ Est. | / Vol\ Est.) \times 100$$

onde:

PMD = porcentagem média dos desvios;

n = número de observações;

Vol Obs. = volume observado na parcela;

Vol Est. = volume estimado para a parcela.

- c) Número de sinais negativos e positivos para avaliar tendenciosidade.
- d) Significância da correlação entre os resíduos das estimativas e as variáveis independentes do modelo, para conferir sua independência (SMALLEY & BAILEY⁴³, BURKHART⁹).

Para avaliar a acuracidade das estimativas de volume por classe diamétrica, foram comparados os volumes estimados com os observados da seguinte maneira:

- a) comparação do volume das classes em gráficos de barras;
- b) coeficiente de determinação da regressão entre os valores observados e estimados de cada classe, para verificar a porcentagem de variação do volume observado explicada pelo modelo;
- c) teste de Kolmogorov-Smirnov para determinar a ocorrência de diferenças significativas entre os volumes observados e estimados.

3.9 Acuracidade das prognoses

Neste nível foram estimadas as características do povoamento a partir dos valores de HDOM, área basal, variância do DAP e densidade, observados em idades jovens.

Seguidamente, obteve-se das características estimadas a distribuição diamétrica e a relação hipsométrica para calcular a partir delas o volume por classes e total.

Os volumes assim prognosticados foram comparados com os observados da mesma forma como foi feita no item anterior.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados foram processados obedecendo ao seguinte esquema:

- a) escolha da função de distribuição que melhor ajustasse aos diâmetros observados nas parcelas;
- b) escolha da relação hipsométrica que melhor ajustasse aos pares de valores altura-diâmetro de cada parcela;
- c) determinação das características de cada parcela:
HDOM, densidade, área basal, variância do DAP e idade;
- d) ajuste das equações de regressão para estimar os parâmetros da função de distribuição diamétrica a partir das características do povoamento;
- e) ajuste das equações de regressão para estimar a altura média de cada classe diamétrica a partir das características do povoamento;
- f) ajuste das equações de regressão para estimar as características de um povoamento numa determinada idade;
- g) cálculo do volume por classe diamétrica e total de todas as parcelas a partir das distribuições diamétricas e das relações hipsométricas estimadas;
- h) avaliação da acuracidade do modelo.

Salienta-se que o povoamento 1 tem 6 parcelas com uma densidade inicial de 1000 árvores/ha; o povoamento 2 tem 8 parcelas com densidade inicial de 1600 árvores/ha e o povoamento 3 tem 5 parcelas inicial de 1111 árvores/ha.

4.1 DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS

O pacote MLESD qualifica os testes de ajuste das distribuições de 1 até 6, sendo o número 1 para a distribuição que melhor ajustou e 6 para a pior.

Na Tabela 1 são apresentadas as qualificações dos testes de ajuste de Kolmogorov-Smirnov e logarítmo da verossimilhança das seis distribuições diamétricas testadas para as 19 parcelas.

TABELA 1. QUALIFICAÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES SEGUNDO OS TESTES DE KOLMOGOROV-SMIRNOV(KS) E LOG DA VEROSSIMILHANÇA (LV)

Povoamento	Idade	D i s t r i b u i ç õ e s											
		Normal		Lognor.		Gama		Weibull		SB		Beta	
		KS	LV	KS	LV	KS	LV	KS	LV	KS	LV	KS	LV
1	1	5	4	3	6	2	5	4	3	5	1	1	2
1	2	2	3	6	6	5	5	1	1	2	2	4	3
1	3	4	4	6	6	5	5	1	1	2	2	3	3
1	4	4	4	6	5	5	6	1	1	2	2	3	3
1	5	2	4	5	5	6	6	4	3	3	2	1	1
1	6	2	4	5	5	6	6	4	3	3	2	1	1
2	4	3	4	6	6	5	5	1	1	2	2	4	3
2	5	4	4	6	6	5	5	1	1	2	3	3	2
2	6	3	4	6	6	5	5	1	3	4	1	2	2
2	7	4	4	6	6	5	5	1	2	2	1	3	3
2	8	4	4	6	6	5	5	2	1	1	2	3	3
2	9	6	4	6	6	5	5	2	1	1	3	3	2
2	10	4	4	6	6	5	5	2	1	1	3	3	2
2	11	4	3	6	6	5	5	3	1	2	4	1	2
3	6	5	4	6	6	4	5	3	3	1	2	2	1
3	7	3	4	6	6	5	5	1	3	4	2	2	1
3	8	3	4	6	6	5	5	2	2	1	1	4	3
3	9	5	4	6	6	4	5	2	3	1	1	3	2
3	10	6	4	5	6	4	5	2	3	1	1	3	2
Total		73	75	109	111	96	103	38	37	40	37	46	41

A melhor distribuição segundo o logarítmo da verossimilhança foi a Weibull que ocupou o primeiro lugar em 9 das 19

parcelas. A distribuição SB foi a melhor em 6 parcelas, a Beta em 4 e a Normal apenas em uma. A Gama em geral ocupou o quinto lugar e a Log-normal o último.

Analisando a somatória da qualificação do logarítmo da verossimilhança, as funções SB e Weibull foram as melhores, seguidas pela Beta, a Normal, a Gama e a Log-normal.

Considerando o teste de Kolmogorov-Smirnov, a função Weibull foi a melhor, já que ocupou em 8 parcelas o primeiro lugar. Seguiu-lhe a SB com 7 parcelas, a Beta com 3 e a Normal com uma. A distribuição Gama, em geral, ocupou o quinto lugar e a Log-normal o sexto.

A análise das somatórias das qualificações de cada distribuição fornece os mesmos resultados.

Analisando estes resultados pode-se concluir que a Weibull foi a função de distribuição que melhor ajustou os diâmetros das parcelas. Seguem-lhe as funções SB e Beta, existindo pouca diferença entre as três no que se refere à qualidade de ajuste.

Na Tabela 2 são apresentados os parâmetros das 3 melhores funções de distribuição para as 19 parcelas. Verifica-se que, a função Weibull tem os seus parâmetros com uma tendência bem definida em relação à idade de cada um dos povoamentos. Não acontece o mesmo com a função Beta, na qual os parâmetros têm valores aleatórios. A SB está próxima da Weibull com uma tendência não tão definida como esta. Este é um requisito a cumprir para assegurar uma boa regressão entre as características dos povoamentos e os parâmetros da função de distribuição.

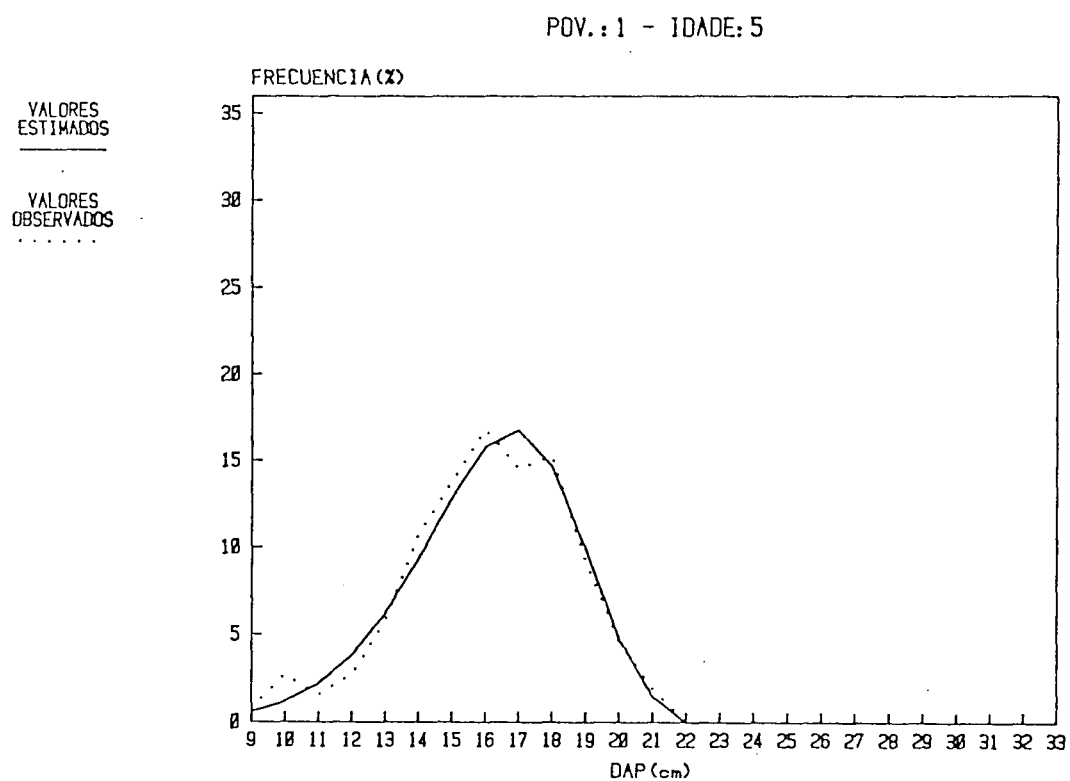
TABELA 2. ESTIMADORES DOS PARÂMETROS DAS DISTRIBUIÇÕES DE
DIÂMETRO AJUSTADAS PELAS FUNÇÕES WEIBULL, SB E BETA

Pov. Idade		Weibull		SB			Beta		
		$\hat{\beta}$	\hat{c}	$\hat{\gamma}$	$\hat{\delta}$	máx.	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	máx.
1	1	5,28	5,41	-1,116	1,222	7,00	6,12	2,57	7,0
1	2	10,21	7,17	-1,473	1,821	14,00	10,85	4,77	14,0
1	3	14,11	7,04	-1,468	1,457	18,40	8,34	3,17	18,4
1	4	16,19	7,73	-1,615	1,919	22,09	9,25	3,12	20,2
1	5	17,65	8,05	-1,706	2,008	24,06	11,62	4,30	22,8
1	6	18,49	7,57	-1,458	2,144	26,47	12,42	5,56	25,0
2	4	11,85	5,92	-1,209	1,349	15,80	6,08	2,67	15,8
2	5	13,62	5,86	-1,156	1,363	18,40	6,54	2,91	18,4
2	6	14,72	6,20	-1,369	1,189	18,60	6,18	2,16	18,6
2	7	15,51	6,12	-1,297	1,414	20,60	7,15	2,95	20,6
2	8	16,28	5,84	-1,105	1,617	23,00	7,56	3,97	23,0
2	9	16,89	5,49	-0,956	1,617	24,50	7,33	4,12	24,5
2	10	17,44	5,10	-0,821	1,590	25,90	6,82	4,20	25,9
2	11	17,99	4,88	-0,726	1,581	17,20	6,52	4,26	27,2
3	6	14,88	4,08	-0,427	1,331	23,60	4,41	3,11	22,2
3	7	16,53	4,00	-0,546	1,207	25,00	4,14	2,76	25,0
3	8	17,99	3,82	-0,485	1,192	27,60	4,39	3,65	29,5
3	9	18,69	3,69	-0,355	1,225	29,88	3,56	2,42	28,3
3	10	19,48	3,77	-0,448	1,225	30,30	3,95	2,86	30,3

Com base nos resultados foi escolhida a função Weibull. Esta distribuição foi a que melhor ajustou a frequência de diâmetros observada nas parcelas e ao mesmo tempo seus parâmetros têm uma tendência definida com a idade do povoamento.

Na Figura 2 é apresentada a distribuição de frequência de diâmetros observada e a estimada pela função Weibull, para classes de diâmetro de um centímetro, do povoamento 1, na parcela de 5 anos.

FIGURA 2. DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA OBSERVADA E ESTIMADA PELA FUNÇÃO WEIBULL



Nas Figuras 3, 4 e 5 são apresentados os deslocamentos das distribuições diamétricas estimadas para cada um dos povoamentos, em função da idade.

FIGURA 3. EVOLUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA AJUSTADA PE-
LA FUNÇÃO WEIBULL

POV.: 1 - IDADE: 1-6 anos

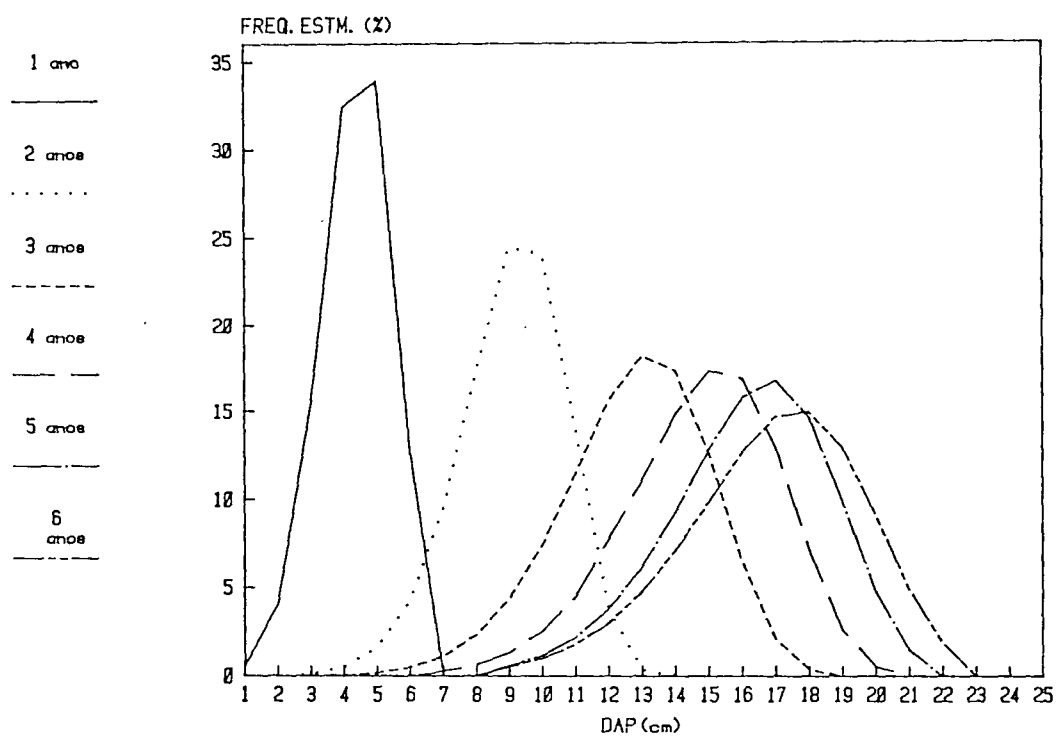


FIGURA 4. EVOLUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA AJUSTADA PE-
LA FUNÇÃO WEIBULL

POV.: 2 - IDADE: 5-10 Anos

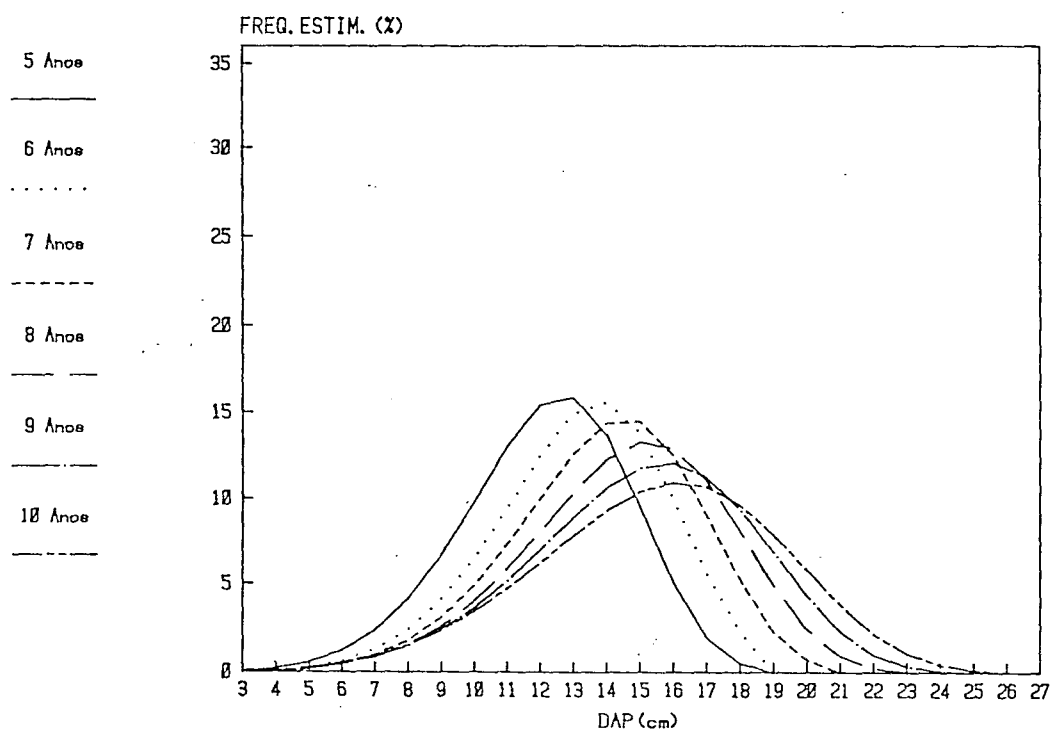
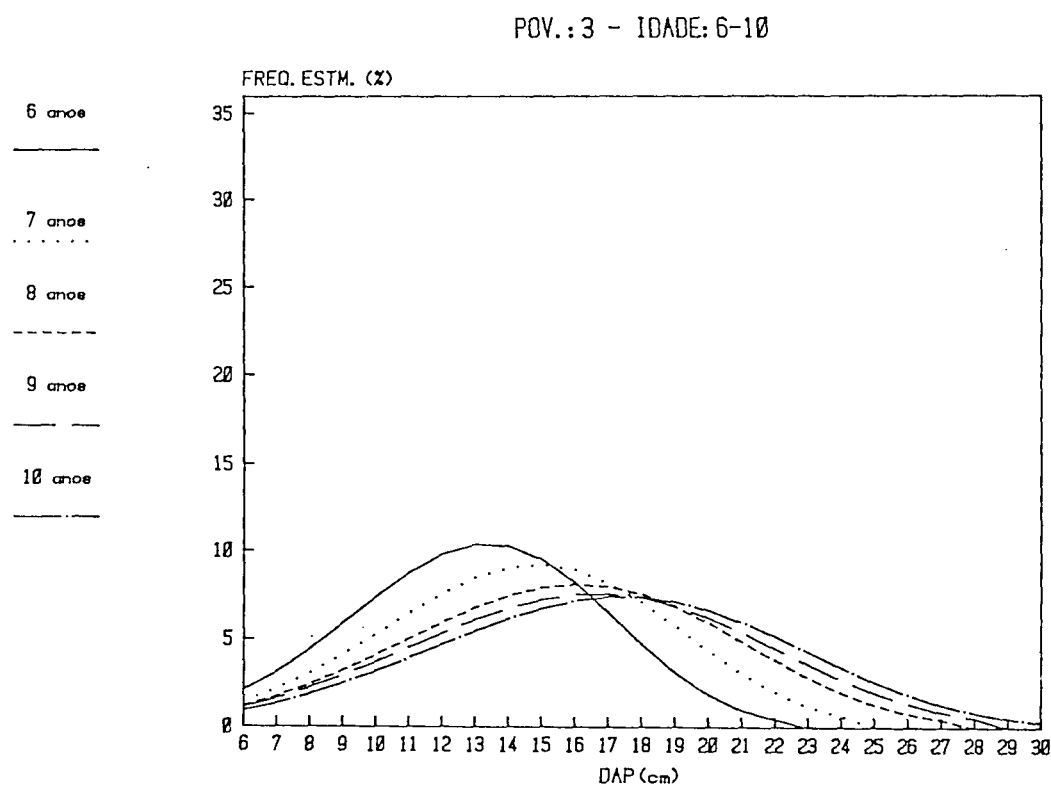


FIGURA 5. EVOLUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA AJUSTADA PELA FUNÇÃO WEIBULL



4.2 RELAÇÕES HIPSOMÉTRICAS

Na Tabela 3 são apresentadas as estatísticas de ajuste das seis equações hipsométricas testadas em cada uma das parcelas.

Em todas elas o coeficiente de determinação da equação de Prodan foi elevado, mas ele não é comparável com os coeficientes de determinação das outras equações, pelo fato da variável diâmetro estar incluída na variável independente.

$$d^2/(h - 1.3) = b_0 + b_1d + b_2d^2$$

onde:

d = diâmetro;

h = altura;

b_0, b_1, b_2 = coeficientes de regressão.

TABELA 3. INDICADORES DE AJUSTE DAS RELAÇÕES HIPNOMÉTRICAS TESTADAS

Pov.	Idade	Indicadores	Parabólico	Stoffels	Curtis	Henriksen	Petterson	Prodan
1	1	R	0,71	0,73	0,72	0,71	0,74	0,84
		syx%	8,0	9,5	8,7	7,9	8,0	8,0
1	2	R	0,74	0,76	0,75	0,74	0,77	0,95
		syx%	5,4	5,8	5,9	5,4	5,4	5,4
1	3	R	0,72	0,74	0,78	0,72	0,81	0,96
		syx%	5,0	5,7	5,2	5,1	5,0	5,0
1	4	R	0,87	0,92	0,90	0,87	0,87	0,87
		syx%	5,0	5,5	5,4	5,1	5,0	5,0
1	5	R	0,69	0,79	0,73	0,72	0,70	0,69
		syx%	3,5	4,1	3,8	3,6	3,5	3,5
1	6	R	0,65	0,66	0,68	0,65	0,69	0,94
		syx%	5,3	5,5	5,4	5,3	5,3	5,3
2	4	R	0,67	0,65	0,64	0,67	0,64	0,91
		syx%	6,8	8,5	8,6	6,8	6,9	6,9
2	5	R	0,69	0,67	0,75	0,67	0,75	0,95
		syx%	5,7	7,2	6,2	5,8	5,8	5,5
2	6	R	0,66	0,64	0,66	0,65	0,66	0,99
		syx%	2,8	3,1	3,0	2,9	2,8	2,8
2	7	R	0,68	0,68	0,71	0,68	0,72	0,98
		syx%	4,0	4,2	4,0	4,0	4,0	4,0
2	8	R	0,74	0,75	0,77	0,74	0,78	0,97
		syx%	4,2	4,5	4,2	4,3	4,2	4,2
2	9	R	0,80	0,80	0,83	0,80	0,83	0,98
		syx%	3,9	4,1	3,9	3,8	3,8	3,8
2	10	R	0,80	0,79	0,82	0,79	0,82	0,97
		syx%	5,0	5,5	5,1	5,0	4,9	4,9
2	11	R	0,81	0,80	0,83	0,80	0,83	0,98
		syx%	4,8	5,4	5,0	4,9	4,8	4,88
3	7	R	0,35	0,35	0,36	0,35	0,36	0,94
		syx%	6,1	6,4	6,3	6,0	6,0	6,1
3	8	R	0,51	0,49	0,50	0,51	0,49	0,96
		syx%	5,1	5,5	5,5	5,0	5,1	5,2
3	9	R	0,65	0,63	0,63	0,65	0,63	0,96
		syx%	5,1	5,4	5,4	5,0	5,1	5,3
3	10	R	0,78	0,80	0,80	0,79	0,81	0,96
		syx%	6,7	6,7	6,6	6,5	6,6	5,0

Para a maioria das parcelas os valores do coeficiente de determinação estão dentro dos limites aceitáveis para relações hipsométricas.

Em todas as parcelas o erro padrão da estimativa relativo (corrigido) atinge valores médios, indicando que o ajuste das equações é aceitável.

Analisando o coeficiente de determinação e o erro padrão da estimativa relativo (corrigido), observou-se que as equações não diferem muito entre si, no que se refere à qualidade de ajuste.

Decidiu-se escolher a equação de Prodan pelo fato de ser a que mostrou menor tendenciosidade no gráfico de resíduos padronizados, cujos coeficientes b_0 , b_1 e b_2 são apresentados na Tabela 4.

TABELA 4. COEFICIENTES DE REGRESSÃO DA RELAÇÃO HIPNOMÉTRICA DE PRODAN

Povoamento	Idade	Coef. b_0	Coef. b_1	Coef. b_2
1	1	0,34	0,715	0,0831
1	2	1,23	0,306	0,0679
1	3	0,61	0,255	0,0482
1	4	0,99	0,162	0,0476
1	5	2,64	0,001	0,0439
1	6	2,94	0,036	0,0384
2	4	0,73	0,328	0,0471
2	5	2,43	-0,089	0,0645
2	6	0,55	0,082	0,0526
2	7	0,87	0,128	0,0431
2	8	1,18	0,124	0,0413
2	9	0,59	0,218	0,0359
2	10	1,53	0,133	0,0346
2	11	1,76	0,096	0,0349
3	7	0,94	0,203	0,0407
3	8	2,54	0,038	0,0429
3	9	1,04	0,251	0,0337
3	10	2,26	0,112	0,0352

4.3 CARACTERÍSTICAS DAS PARCELAS

Na Tabela 5 são apresentados para cada parcela os valores de: idade; densidade; altura média das árvores dominantes; área basal e variância do DAP.

TABELA 5 - VALORES OBSERVADOS DE IDADE, DENSIDADE, HDOM, ÁREA BASAL E VARIÂNCIA DO DAP

Pov.	Idade anos	Densidade nº/ha	HDOM m	Área Basal m ²	Variância cm ²
1	1	953,33	6,118	1,765	1,098
1	2	946,66	11,053	6,938	2,639
1	3	943,14	16,449	13,238	5,620
1	4	937,71	18,233	17,349	5,580
1	5	877,07	21,135	19,246	6,017
1	6	866,22	22,810	20,853	7,121
2	4	1585,71	14,908	15,303	5,427
2	5	1564,44	16,025	20,280	7,119
2	6	1513,90	18,224	22,886	7,410
2	7	1464,28	20,373	24,728	8,274
2	8	1437,16	21,073	26,482	9,533
2	9	1436,44	22,266	28,382	11,282
2	10	1415,92	24,132	29,738	13,171
2	11	1415,92	24,878	31,599	14,951
3	6	1038,87	18,700	15,825	14,827
3	7	1036,89	20,521	19,383	19,049
3	8	1024,00	21,709	22,966	23,235
3	9	1007,20	23,003	24,442	27,637
3	10	996,60	24,647	26,205	28,615

4.4 CORRELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DA FUNÇÃO WEIBULL E AS CARACTERÍSTICAS DAS PARCELAS

Foram consideradas como variáveis independentes as características das parcelas: idade, densidade, HDOM, área basal, variância do DAP, e algumas transformações destas.

Pela análise dos componentes principais selecionou-se entre as variáveis, aquelas que tinham menor multicolinearidade e que ao mesmo tempo absorviam a maior quantidade de variação total.

Na Tabela são apresentadas as raízes latentes ou "eigenvalues" (λ_i) de cada um dos vetores, a variância relativa do vetor em relação à variância total e acumulada.

TABELA 6. RAÍZES LATENTES, VARIÂNCIA RELATIVA E ACUMULADA DE CADA VETOR

Vetor	Raiz Latente	Variância relativa	Variância acumulada
1	9,4466	0,6747	0,6747
2	2,9883	0,2134	0,8882
3	1,1290	0,0806	0,9688
4	0,3395	0,0243	0,9931
5	0,0541	0,0038	0,9969
6	0,0225	0,0016	0,9986
7	0,0145	0,0010	0,9996
8	0,0040	0,0003	0,9999
9	0,0008	0,0006	0,9999
10	0,0003	0,0002	0,9999
11	0,0001	0,0000	0,9999
12	1,6E-6	0,0000	0,9999
13	1,5E-7	0,0000	0,9999
14	1,0E-8	0,0000	0,9999

Verifica-se na tabela que os quatro primeiros vetores absorvem mais de 99% da variância total.

Na Tabela 7 são apresentados os quatro vetores e seus coeficientes a_{ij} .

TABELA 7. VETORES LATENTES

Variável	Vetor 1	Vetor 2	Vetor 3	Vetor 4
Idade (Id)	0,3061	0,0071	0,3081	-0,0730
1/Id	-0,3047	0,0025	0,3133	-0,1587
Id2	0,2778	-0,0091	0,4576	-0,1688
$\ln(\text{Id})$	* 0,3235	-0,0027	0,0158	0,0481
Nº árv.(N)	0,1139	* 0,5406	0,0192	0,0542
1/N	-0,1247	-0,5302	-0,0738	-0,1277
N	0,1169	0,5386	0,0325	0,0678
HDOM	* 0,3109	-0,1504	0,0090	-0,2021
1/HDOM	-0,2972	0,0766	0,3596	-0,0380
HDOM2	0,2987	-0,1744	0,1664	-0,2723
$\ln(\text{HDOM})$	0,3116	-0,1150	-0,1825	-0,0890
Área Basal	0,3140	0,0826	0,0727	-0,2931
1/AB	-0,2674	0,0016	* 0,5130	-0,1836
Var. DAP	0,2184	-0,2391	0,3618	* 0,8189

Segundo a metodologia proposta por ISEBRANDS & CROW²⁹, escolheu-se dentro de cada vetor aquela variável com maior coeficiente, ou seja a de maior importância. No vetor 1 foi o $\ln(\text{idade})$, no 2 a densidade, no 3 a inversa da área basal e no 4 a variância do DAP.

É um fato reconhecido, que a altura média das árvores dominantes é um elemento dendrométrico muito adequado para caracterizar o sítio, pois além de não ser afetada pelos desbastes, como acontece com a área basal, é de fácil medição. Este elemento possui mais uma vantagem, ou seja, é prognosticável através das funções de índice de sítio. Assim, resolveu-se considerar também esta variável. Por outro lado, no primeiro vetor o coeficiente de HDOM está muito próximo ao maior valor.

Escolhidas as variáveis independentes foram ajustadas as equações a seguir, utilizando o método dos mínimos quadrados:

$$\beta = b_0 + b_1(\ln \text{ idade}) + b_2(N) + b_3(\text{HDOM}) + b_4(1/\text{AB}) + b_5(s^2)$$

$$c = b_0 + b_1(\ln \text{ idade}) + b_2(N) + b_3(\text{HDOM}) + b_4(1/\text{AB}) + b_5(s^2)$$

$$X.24 = b_0 + b_1(\ln \text{ idade}) + b_2(N) + b_3(\text{HDOM}) + b_4(1/\text{AB}) + b_5(s^2)$$

$$X.93 = b_0 + b_1(\ln \text{ idade}) + b_2(N) + b_3(\text{HDOM}) + b_4(1/\text{AB}) + b_5(s^2)$$

onde:

β = parâmetro de escala da função Weibull;

c = parâmetro de forma da função Weibull;

$X.24$ = percentil 0,24, valor do DAP quando a frequência acumulada do DAP atinge 24%;

$X.93$ = percentil 0,93, valor do DAP quando a frequência acumulada do DAP atinge 93%.

TABELA 8. PARÂMETROS E PERCENTIS DA FUNÇÃO WEIBULL

Povoamento	Idade	β	c	$X.24$	$X.93$
1	1	5,28	5,41	4,1576	6,3265
1	2	10,21	7,17	8,5255	11,7022
1	3	14,11	7,04	11,7425	11,2130
1	4	16,19	7,73	13,6963	18,3738
1	5	17,65	8,05	15,0310	19,3302
1	6	18,49	7,57	15,5869	21,0402
2	4	11,85	5,92	9,5259	13,9788
2	5	13,62	5,86	10,9232	16,0940
2	6	14,72	6,20	11,9491	17,2353
2	7	15,51	6,12	12,5561	18,1978
2	8	16,28	5,84	13,0466	19,2481
2	9	16,89	5,48	13,3401	20,1903
2	10	17,44	5,10	13,5344	21,1268
2	11	17,99	4,88	13,8026	21,9823
3	6	14,88	4,08	10,8385	18,9109
3	7	16,53	4,00	11,9642	21,1088
3	8	17,99	3,82	12,8241	23,2395
3	9	18,69	3,69	13,1652	24,3625
3	10	19,48	3,77	13,8241	25,2498

Na Tabela 8 são apresentados os parâmetros e os percentis calculados para a função Weibull.

A distribuição diamétrica pode ser obtida diretamente dos parâmetros β e c ou pela estimação destes através dos percentis X.24 e X.93.

Neste caso, as quatro equações ajustaram bem, embora com alguma vantagem para as que estimam os percentis.

Na análise dos indicadores de ajuste das equações para estimar X.24 e X.93, observou-se que o valor t do coeficiente b_1 , que corresponde à variável \ln Idade, indicava que este coeficiente era estatisticamente igual a zero. No caso particular da equação para estimar X.24, o mesmo sucedeu com os coeficientes b_1 e b_2 , correspondentes às variáveis: \ln Idade e densidade, respectivamente.

Devido a isto, foi eliminada a variável idade das equações, o que fez aumentar os valores de t para os coeficientes restantes sem alterar substancialmente R^2 e $\text{syx}\%$.

A equação ajustada para o percentil X.24 é a seguinte:

$$X.24 = b_0 + b_1N + b_2HDOM + b_3l/AB + b_4S^2$$

$$b_0 = 6,9005$$

$$b_1 = -2,45 \text{ E-3}$$

$$t_1 = -4,88 **$$

$$b_2 = 0,5202$$

$$t_2 = 9,97 **$$

$$b_3 = -6,3018$$

$$t_3 = -3,60 **$$

$$b_4 = -0,1228$$

$$t_4 = 5,67 **$$

Os valores tabulados de t são os seguintes:

$$t(14; 0,05) = 2,15$$

$$t(14; 0,10) = 1,76$$

Indicadores de ajuste da equação:

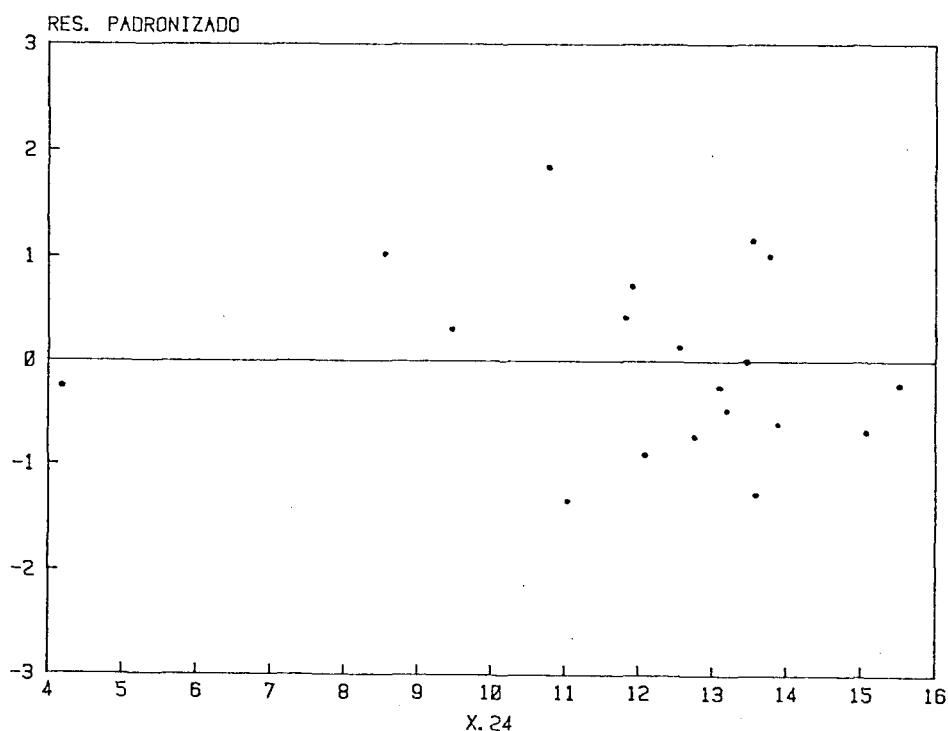
$$R^2 = 0,968$$

$$s_{xy} = 0,529374927 \quad s_{xy}\% = 4,37$$

$$F = 104,586^{**}$$

Na Figura 6 são apresentados os resíduos padronizados da equação escolhida para estimar X.24. Não se observou nenhuma tendenciosidade definida.

FIGURA 6. RESÍDUOS PADRONIZADOS X.24



A equação ajustada para o percentil X.93 é a seguinte:

$$X.93 = b_0 + b_1N + b_2HDOM + b_31/AB + b_4s^2$$

$$b_0 = 8,4426$$

$$b_1 = -2,18 \text{ E-}3$$

$$b_2 = 0,5938$$

$$t_1 = -5,35^{**}$$

$$t_2 = 14,05^{**}$$

$$b_3 = -7,0209$$

$$t_3 = -4,94 **$$

$$b_4 = 0,1641$$

$$t_4 = 9,35 **$$

Os valores tabulados de t são os seguintes:

$$t(14; 0,05) = 2,15$$

$$t(14; 0,10) = 1,76$$

O ajuste foi avaliado pelos seguintes indicadores:

$$R^2 = 0,99$$

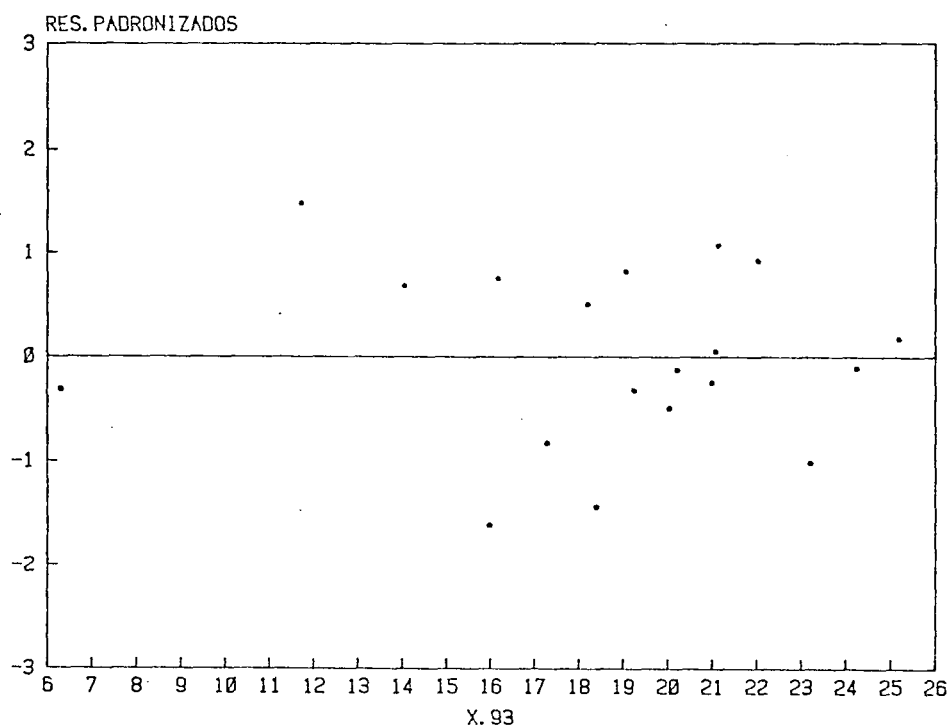
$$s_{xy} = 0,429013345$$

$$s_{xy}\% = 2,29$$

$$F = 495,54 **$$

Na Figura 7 são apresentados os resíduos padronizados da equação escolhida para estimar $X_{.93}$. Não se observou nenhuma tendenciosidade definida.

FIGURA 7. RESÍDUOS PADRONIZADOS $X_{.93}$



4.5 ESTIMATIVA DA ALTURA MÉDIA DAS CLASSES DIAMÉTRICAS

Para cada uma das 19 parcelas foi estimada a altura correspondente ao diâmetro médio de cada classe. Estes pares de dados foram ajustados pelo método dos mínimos quadrados segundo, a equação de BENNETT & CLUTTER⁵.

$$\ln h_i = b_0 + b_1 \text{HDOM} + b_2 N/100 + b_3 l/\text{Id} + b_4 l/d_i$$

onde:

$\ln h_i$ = logaritmo neperiano da altura média da classe i;

HDOM = altura média das árvores dominantes da parcela;

N = número de árvores por hectare;

Id = idade da parcela;

d_i = diâmetro médio da classe i.

Na análise dos coeficientes de regressão encontrou-se que o coeficiente b_3 não era significativamente diferente de zero, motivo pelo qual foi eliminado da equação, o que fez aumentar o valor t dos coeficientes remanescentes, sem modificar substancialmente o R^2 e $\text{syx}\%$.

A equação ficou da seguinte forma:

$$\ln h_i = b_0 + b_1 \text{HDOM} + b_2 N/100 + b_3 l/d_i$$

Seus coeficientes de regressão são:

$$b_0 = 2,29795621$$

$$b_1 = 0,0401728773$$

$$t_1 = 42,02 \quad **$$

$$b_2 = 0,00636998125$$

$$t_2 = 5,94 \quad **$$

$$b_3 = -4,1343782$$

$$t_3 = -46,29 \quad **$$

Os valores de t tabelados são os seguintes:

$$t(\infty; 0,05) = 1,96$$

$$t(\infty; 0,10) = 1,64$$

Os indicadores de ajuste obtidos para a equação são apresentados a seguir:

$$R = 0,98$$

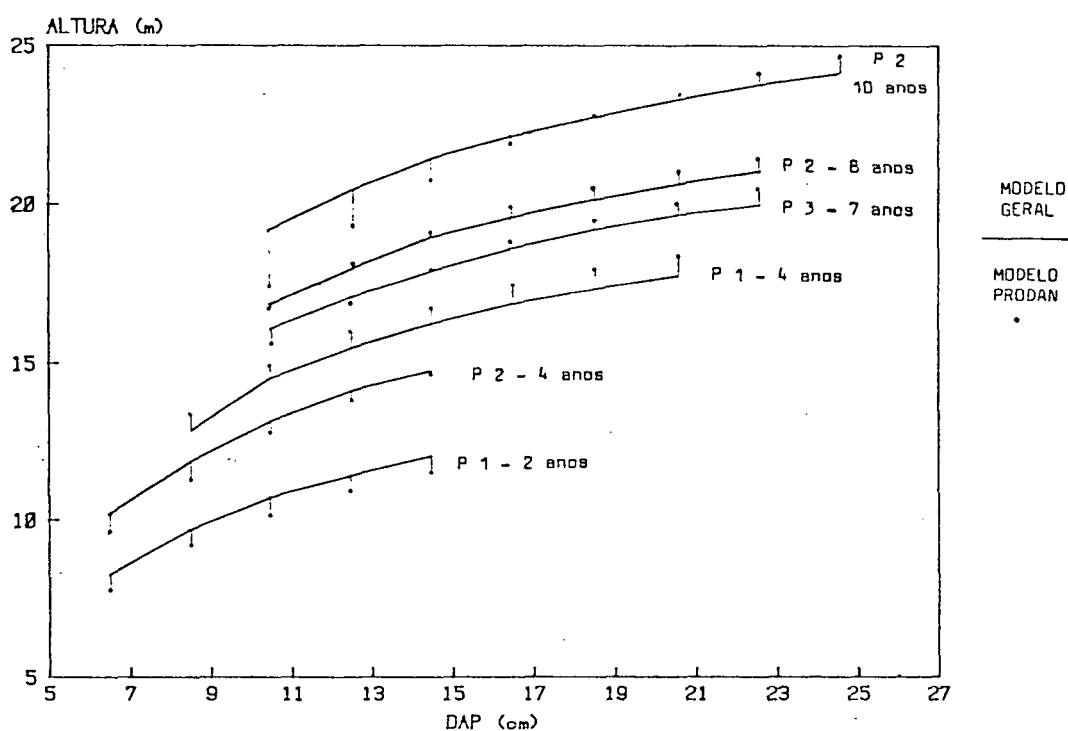
$$s_{xy} = 0,0430067869$$

$$s_{xy}\% = 1,49$$

$$F = 4480,29^{**}$$

Na Figura 8 são apresentadas as relações hipsométricas de algumas parcelas e as respectivas alturas estimadas.

FIGURA 8. RELAÇÕES HIPSONÉTICAS: MODELO PRODAN E MODELO GERAL



Da análise dos indicadores e da figura pode-se concluir que o ajuste é aceitável embora em algumas parcelas a equação mostrou-se tendenciosa.

4.6 EQUAÇÕES PARA ESTIMAR AS CARACTERÍSTICAS DO POVOAMENTO A UMA DETERMINADA IDADE

4.6.1 Estimativa da densidade

Para estimar o número de árvores por hectare utilizou-se uma equação baseada na proposta por BAILEY² para *Pinus radiata*.

$$\ln N = b_0 + b_1 Id + b_2 \ln N_6$$

onde:

$\ln N$ = logarítmo neperiano do número de árvores/ha na idade Id;

Id = idade;

$\ln N_6$ = logarítmo neperiano do número de árvores/ha na idade de 6 anos;

b_0, b_1, b_2 = coeficientes de regressão.

Aplicando o método dos mínimos quadrados foram obtidos os seguintes coeficientes de regressão:

$$b_0 = 0,336871217$$

$$b_1 = 0,0168038903$$

$$t_1 = -11,40 **$$

$$b_2 = 0,967980891$$

$$t_2 = 58,71 **$$

Valores de t tabelados:

$$t(16; 0,05) = 2,12$$

$$t(16; 0,10) = 1,75$$

Indicadores de ajuste:

$$R^2 = 0,996$$

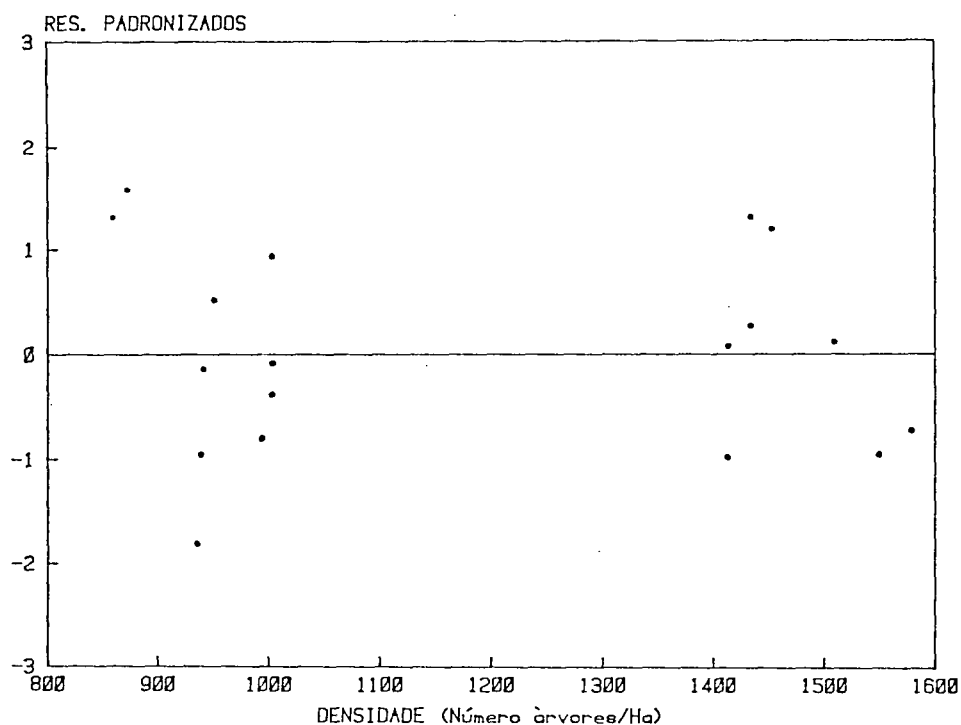
$$s_{xy} = 0,0150941459$$

$$s_{xy}\% = 0,21$$

$$F = 1961,92 **$$

Na Figura 9 pode-se observar a dispersão dos resíduos padronizados, os quais não tem uma tendência definida.

FIGURA 9. RESÍDUOS PADRONIZADOS: DENSIDADE



Em função dos resultados apresentados, a equação foi considerada boa.

4.6.2 Estimativa da área basal

Para a estimativa da área basal utilizou-se a equação desenvolvida por Schumacher:

$$\ln AB = b_0 + b_1 l/Id + b_2 HDOM/Id + b_3 HDOM$$

onde:

$\ln AB$ = logarítmo neperiano da área basal;

Id = idade na estimativa;

$HDOM$ = altura média dominante na idade Id .

Verificou-se que os coeficientes b_2 e b_3 não eram significativamente diferentes de zero, razão pela qual a variável HDOM/Id foi eliminada da equação. Mesmo com esta modificação o coeficiente da variável HDOM não chegou a ser significativamente diferente de zero ao nível $p = 0,90$, mas eliminando esta variável a equação mostrou-se tendenciosa.

Pelas razões expostas adotou-se a equação seguinte:

$$\ln (AB) = b_0 + b_1 \frac{1}{Id} + b_2 HDOM$$

onde:

$$b_0 = 3,13503591$$

$$b_1 = 2,69680112$$

$$t_1 = 9,94 **$$

$$b_2 = 0,0185116421$$

$$t_2 = 1,55 \text{ ns}$$

Valores de t tabulados:

$$t (16; 0,05) = 2,12$$

$$t (16; 0,10) = 1,74$$

Indicadores de ajuste:

$$R^2 = 0,975$$

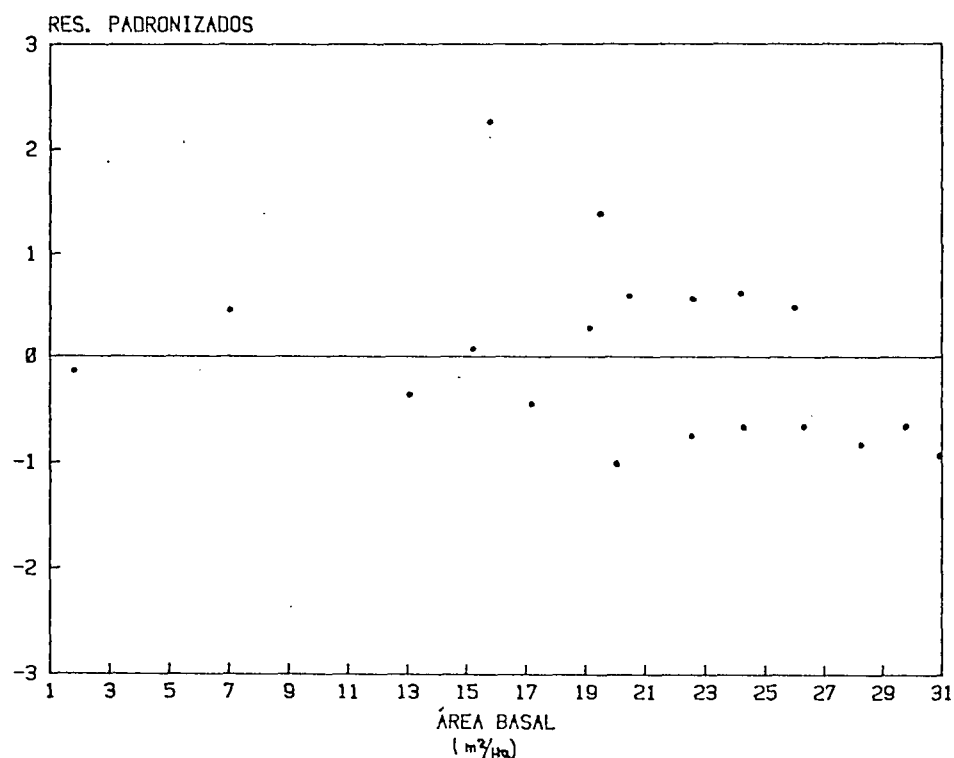
$$s_{xy} = 0,10983989$$

$$s_{xy\%} = 3,80$$

$$F = 317,82 **$$

Na Figura 10 pode-se observar a dispersão dos resíduos, os quais não tem uma tendenciosidade definida.

FIGURA 10. RESÍDUOS PADRONIZADOS: ÁREA BASAL



4.6.3 Estimativa da altura média dominantes

Para obter a equação para estimar a altura dominante, ajustou-se uma curva guia a partir dos pares HDOM-Idade do povoamento 2, utilizando-se o seguinte modelo matemático:

$$\text{HDOM} = b_0 + b_1 \ln(\text{Id})$$

onde:

HDOM = altura média das árvores dominantes (m);

$\ln \text{Id}$ = logaritmo neperiano da idade (anos).

Pelo método dos mínimos quadrados calculou-se os coeficientes de regressão:

$$b_0 = 0,0992$$

$$b_1 = 10,2533$$

$$t_1 = 20,29 **$$

Valor t tabulado:

$$t(6; 0,05) = 2,45$$

Indicadores de ajuste:

$$R^2 = 0,986$$

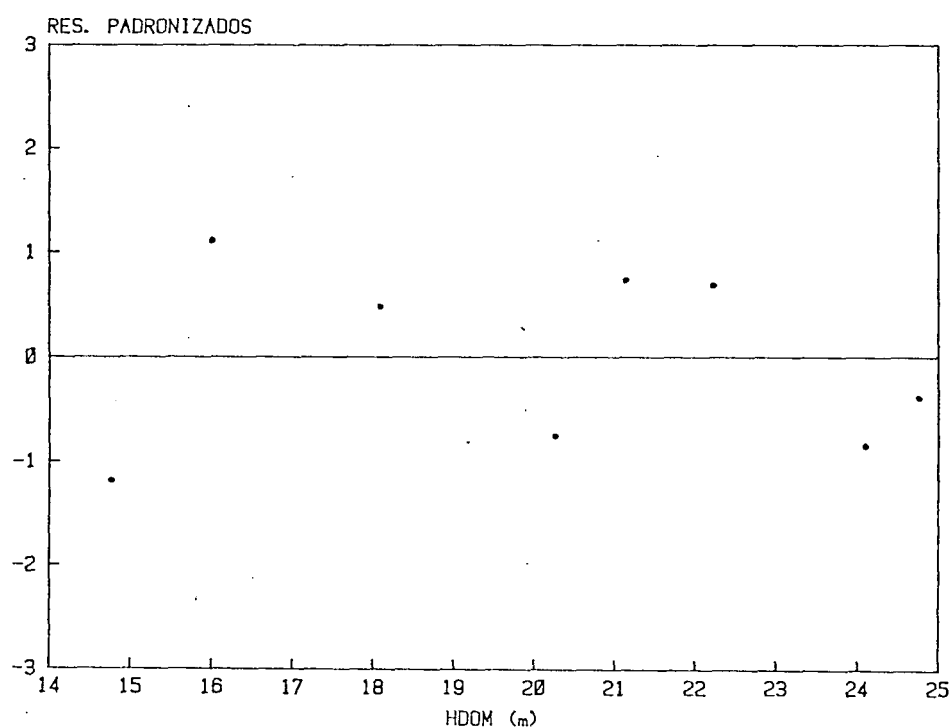
$$s_{xy} = 0,468692946$$

$$s_{xy}\% = 2,31$$

$$F = 411 **$$

Na Figura 11 observa-se a escassa tendenciosidade dos resíduos padronizados desta função.

FIGURA 11. RESÍDUOS PADRONIZADOS: HDOM POV. 2



A partir desta curva guia calcularam-se as equações

para os outros dois povoamentos, supondo que as curvas de altura dominantes em função da idade de *Eucalyptus grandis* são anamórficas.

Neste caso:

$$HDOM = HDOM_i + b_1 (\ln Id - \ln i)$$

onde:

$HDOM$ = altura dominante estimada para a idade Id ;

$HDOM_i$ = altura dominante na idade de referência i ;

\ln = logarítmo neperiano.

Para o povoamento 1 a função ficou da seguinte forma:

$$HDOM = 22,81 + 10,2533 (\ln Id - \ln 6)$$

Para o povoamento 2:

$$HDOM = 20,52 + 10,2533 (\ln Id - \ln 7)$$

onde:

22,81 e 20,52 são as alturas médias dominantes de cada um dos povoamentos nas idades de 6 e 7 anos respectivamente.

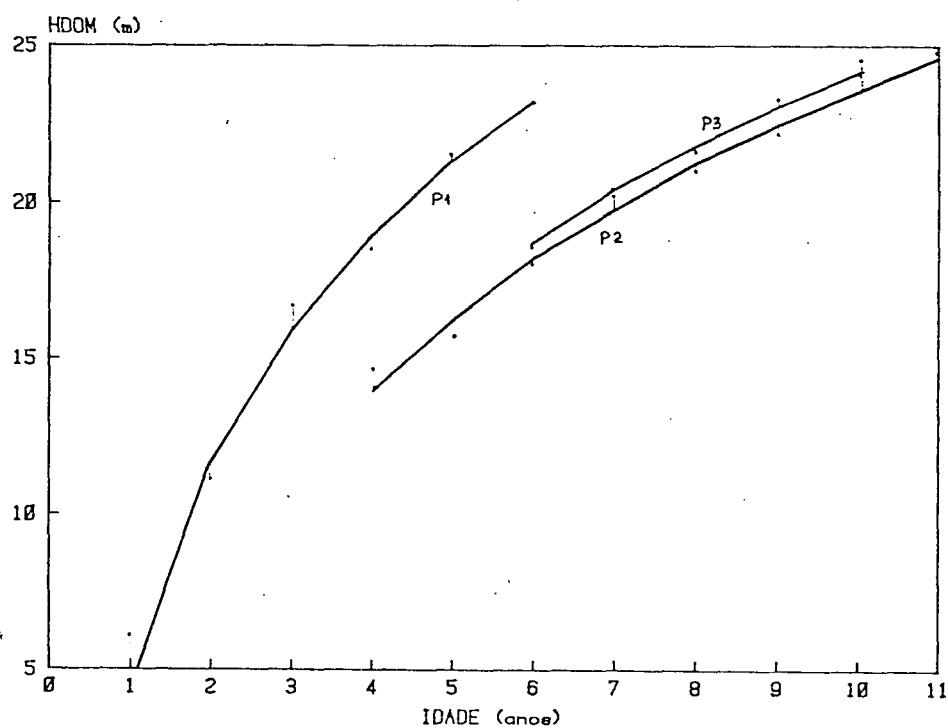
Na Tabela 9 são apresentados os valores de $HDOM$ observados e os estimados pelas funções anamórficas. As pequenas diferenças existentes entre eles mostram a acuracidade das equações e confirmam o anamorfismo.

TABELA 9 - ALTURAS DOMINANTES OBSERVADAS E ESTIMADAS

Povoamento	Idade	HDOM Obs.	HDOM Estim.	Observada-Estimada
1	1	6,12	4,43	1,69
1	2	11,05	11,54	-0,49
1	3	16,45	15,70	0,70
1	4	18,23	18,65	-0,42
1	5	21,14	20,94	0,20
1	6	22,81	22,81	0
2	4	14,91	14,31	0,60
2	5	16,03	16,60	-0,57
2	6	18,22	18,47	-0,25
2	7	20,37	20,05	0,32
2	8	31,07	21,42	-0,35
2	9	22,27	22,63	-0,63
2	10	24,13	23,71	0,41
2	11	24,88	24,67	0,19
3	6	18,70	18,93	-0,23
3	7	20,52	20,52	0
3	8	22,71	21,89	-0,18
3	9	23,30	23,10	0,20
3	10	24,65	24,18	0,47

Na Figura 12 são apresentadas as funções e os valores observados de HDOM para os três povoamentos.

FIGURA 12. HDOM EM FUNÇÃO DA IDADE



A equação geral é a seguinte:

$$HDOM = HDOM_i + 10,2533 (\ln Id - \ln i)$$

onde:

HDOM = altura média das árvores dominantes na idade Id;

HDOM_i = altura média das árvores dominantes na idade i;

ln = logarítmo neperiano.

4.6.4 Estimativa da variância do DAP

Desenvolveu-se uma equação para estimar o desvio padrão do DAP e a partir dele a variância.

$$s = b_0 + b_1 Id + b_2 N + b_3 HDOM + b_4 s_6 + b_5 (Id * N)$$

onde:

s = desvio padrão do DAP (cm);

Id = idade do povoamento para a qual se quer estimar
s (anos)

N = número de árvores por hectare na idade Id;

HDOM = altura média das árvores dominantes na idade
Id (m);

s₆ = desvio padrão do DAP aos 6 anos.

Coeficientes calculados:

$$b_0 = 4,5668$$

$$b_1 = 0,0212$$

$$b_2 = 1,4795 \text{ E-}3$$

$$b_3 = 0,1089$$

$$b_4 = 1,4172$$

$$b_5 = -1,7535 \text{ E-}4$$

$$t_1 = 3,07 **$$

$$t_2 = 2,45 **$$

$$t_3 = 5,40 **$$

$$t_4 = 14,39 **$$

$$t_5 = -1,99 *$$

Valores de t tabelados:

$$t(13; 0,05) = 2,16$$

$$t(13; 0,10) = 1,77$$

Indicadores de ajuste:

$$R^2 = 0,984$$

$$s_{xy} = 0,17303004$$

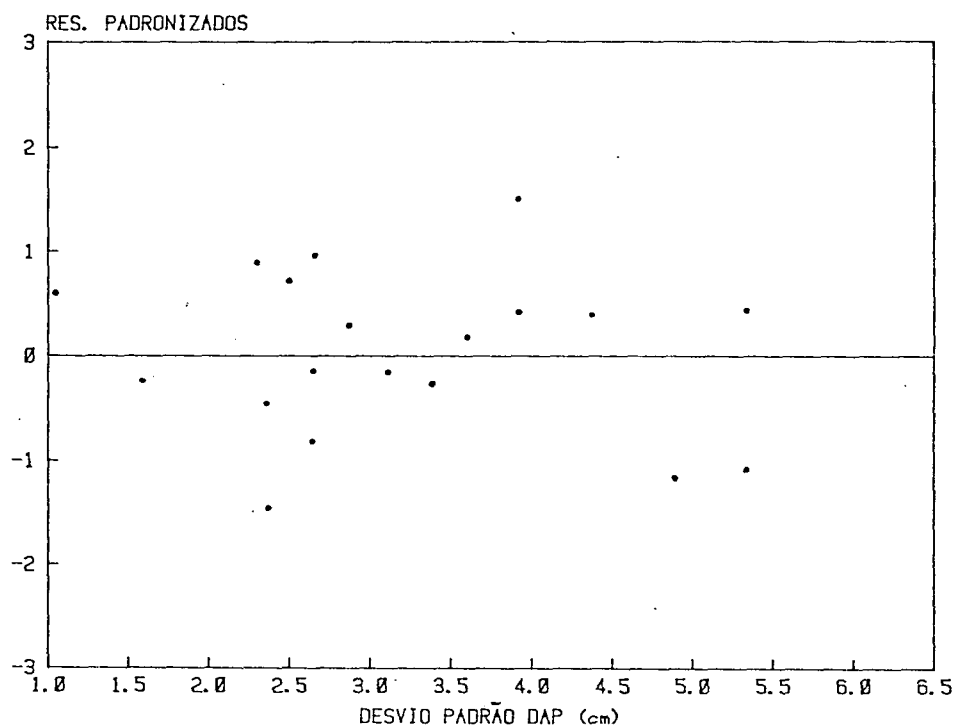
$$s_{xy}\% = 5,40$$

$$F = 164,29 **$$

Todos os coeficientes de regressão foram estatisticamente diferentes de 0 ao nível $p = .90$.

O coeficiente de determinação indicou que 98% da variação do desvio padrão do DAP foi explicado pela equação de regressão. O erro padrão da estimativa atingiu um valor de 5,4%, o que é aceitável.

FIGURA 13. RESÍDUOS PADRONIZADOS: DESVIO PADRÃO DO DAP



Na Figura 13 são apresentados os resíduos padronizados das estimativas, observando-se alguma subestimação para valores médios de desvio padrão do DAP. Isto pode ser devido ao reduzido número de observações.

Avaliando todos os indicadores, o ajuste da equação é considerado aceitável.

4.7 ACURACIDADE DO MODELO

4.7.1 Acuracidade das estimativas a partir das características observadas

Estimou-se o volume total e por classe diamétrica de cada uma das parcelas, a partir das características observadas em cada idade, isto é, para cada parcela estimou-se sua distribuição diamétrica e sua relação hipsométrica, a partir dos dados observados de área basal, HDOM, variância do DAP e densidade. Com a relação hipsométrica e a distribuição diamétrica estimada, calculou-se o volume por classe diamétrica e total.

Na Tabela 10 é apresentado o volume total observado e estimado, por parcela, e sua diferença em porcentagem.

O coeficiente de determinação obtido da correlação entre os volumes observados e os estimados foi alto $R^2 = 0,98$, o que indica que o modelo está explicando 98% da variação do volume total observado em relação a sua média.

TABELA 10. VOLUME TOTAL (m^3/ha) OBSERVADO E ESTIMADO, CALCULADO A PARTIR DAS CARACTERÍSTICAS OBSERVADAS NAS PARCELAS

Povoamento	Idade	Volume Estimado	Volume Observado	Diferença (%)
1	1	5,32	4,78	-10,15
1	2	43,73	36,63	-16,23
1	3	105,00	102,63	- 2,25
1	4	133,77	151,15	12,99
1	5	180,39	193,20	7,10
1	6	215,96	222,78	3,15
2	4	114,05	103,61	9,15
2	5	136,70	154,30	12,87
2	6	183,20	200,90	9,66
2	7	237,40	237,50	0,00
2	8	256,40	262,30	2,30
2	9	296,00	294,30	0,00
2	10	363,16	329,71	- 9,20
2	11	395,32	361,72	- 8,48
3	7	191,46	183,74	- 4,03
3	8	219,82	230,52	4,90
3	9	260,20	260,31	0,00
3	10	298,77	295,67	- 1,10

A porcentagem média dos desvios atingiu 6,3%, que é um valor baixo para este tipo de modelos.

O número de sinais positivos e negativos dos resíduos foi igual para ambos sinais. A seguir apresentam-se os coeficientes de correlação obtidos da correlação simples entre os resíduos e as variáveis independentes do modelo: HDOM, área basal, variância do DAP e densidade.

	HDOM	AB	s^2	N
coeficiente de corrl. r	-0,22	-0,25	-0,17	0,21

Coeficiente de correlação tabelado:

$$r(17; 0,05) = 0,46$$

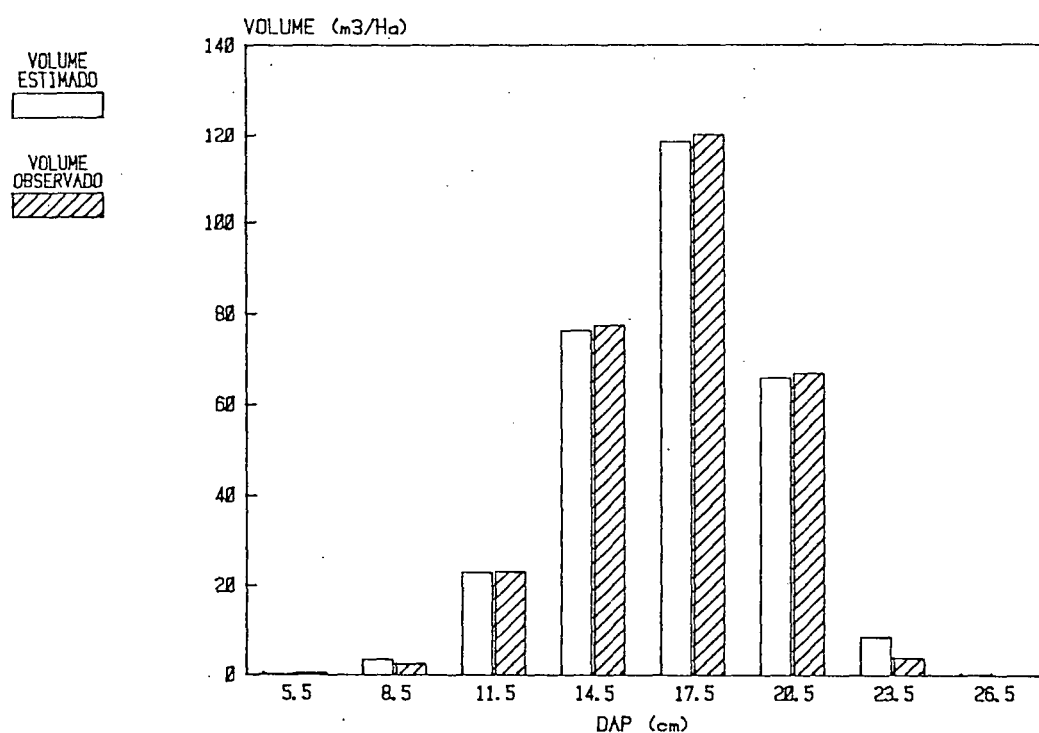
O fato dos valores de r não serem significativos, indica a independência dos resíduos em relação as variáveis

independentes do modelo, que é um postulado básico da teoria de regressão.

Os volumes por classe diamétrica observados foram comparados com os estimados nas Figuras 14 deste item e 16 a 32 do Apêndice 1. Pela apreciação das mesmas e considerando que as classes são pequenas, pode-se aceitar as estimativas como boas.

FIGURA 14. VOLUMES POR CLASSES DIAMÉTRICAS

POV. 2 - 9 ANOS



Para cada uma das parcelas calculou-se o coeficiente de determinação da correlação entre os volumes observados e estimados por classe diamétrica (Tabela 11), verificando-se que, na maioria dos casos, foi igual ou maior a 0,96. Isto indica que o modelo explica acima de 96% da variação do volume observado das classes em relação a sua média, na maioria das parcelas.

TABELA 11. COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO ENTRE OS VOLUMES OBSERVADOS E ESTIMADOS POR CLASSE DIAMÉTRICA

Povoamento	Idade	R ²	Povoamento	Idade	R ²	Povoamento	Idade	R ²
1	1	0,99	2	4	0,98	2	10	0,93
1	2	0,89	2	5	0,92	2	11	0,96
1	3	0,98	2	6	0,92	3	7	0,98
1	4	0,93	2	7	0,99	3	8	0,96
1	5	0,99	2	8	0,99	3	9	0,97
1	6	0,99	2	9	0,99	3	10	0,97

Pelo teste de Kolmogorov-Smirnov não se detectaram diferenças significativas ($p = 0,90$) entre os volumes observados e os estimados por classe diamétrica em nenhuma, das parcelas.

4.7.2 Acuracidade das prognoses

Prognosticaram-se as características das parcelas de maior idade de cada um dos três povoamentos, utilizando valores observados de área basal, HDOM, variância do DAP, idade e número de árvores por hectare, nas idades menores. A partir dessas características estimaram-se as distribuições diamétricas e as relações hipsométricas, e em seguida os volumes por classes diamétricas e totais.

Na Tabela 12 é apresentado o volume total observado e estimado para os últimos anos de cada um dos três povoamentos, bem como sua diferença porcentual. A porcentagem média dos desvios se elevou até 8,9%.

TABELA 12. VOLUME TOTAL (m³/ha) OBSERVADO E PROGNOSTICADO

Idade da obsvs. das caract.	Idade da Estimação	Volume Estimado	Volume observado	Diferença (%)
2	5	170,10	193,20	13,52
2	6	208,49	222,78	6,47
6	9	253,30	260,31	2,76
6	10	282,10	295,65	4,80
4	9	332,69	294,27	-11,64
4	10	372,31	329,71	-11,63
4	10	410,61	361,79	-11,88

O coeficiente de determinação obtido da correlação entre os volumes observados e os prognosticados é alto (.96) indicando que o modelo explica 96% da variação do volume observado em relação a sua média.

A avaliação dos resíduos não foi feita, em virtude das estimativas terem sido realizadas a partir de três observações.

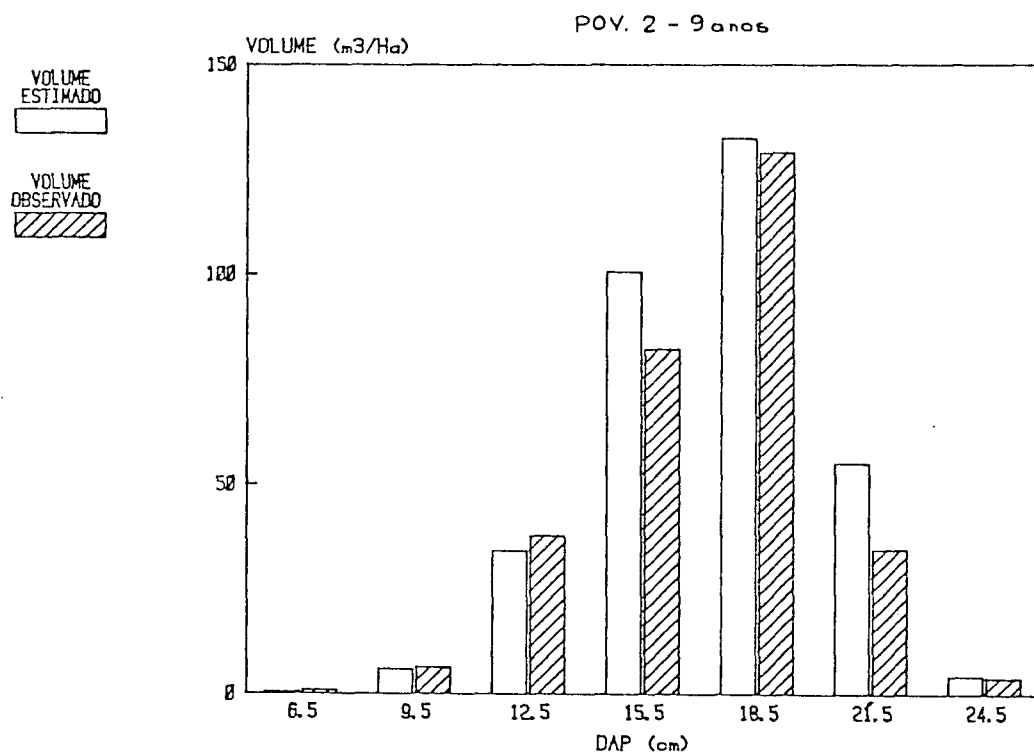
Os volumes por classe diamétrica esperados foram comparados com os estimados na Figuras 15 deste item e nas 34 a 38 do Apêndice.

Pela apresentação dos mesmos pode-se aceitar as prognoses como boas.

O coeficiente de determinação da correlação entre os volumes observados e prognosticados por classe diamétrica, calculado para cada uma das parcelas, variou entre 0,95 e 0,98, indicando que o modelo explica acima de 95% da variação do volume observado das classes em relação a sua média.

Pelo teste de Kolmogorov-Smirnov não se detectaram diferenças significativas ($p = 0,10$) entre os valores observados e prognosticados por classe diamétrica, em nenhuma das parcelas.

FIGURA 15. VOLUME POR CLASSES DIAMÉTRICAS A PARTIR DAS CARACTERÍSTICAS AOS 4 ANOS



5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Com base nos resultados obtidos, chegou-se às seguintes conclusões:

- as distribuições diamétricas das parcelas foram ajustadas satisfatoriamente pelas funções de densidade Weibull, SB e Beta, sendo que a primeira mostrou ser a melhor;

- tanto os parâmetros da função Weibull como seus percentis 0,24 e 0,93, tiveram uma alta correlação com as características: densidade, área basal, altura dominante e variância do DAP;

- os parâmetros da função Beta apresentaram-se muito aleatórios para serem correlacionados com as características do povoamento;

- a equação para estimar a altura média das classes mostrou-se tendenciosa em algumas parcelas;

- a acuracidade do modelo para as prognoses de volume total e por classes diamétricas, foi mais alta que a atingida por modelos similares, citados na revisão de literatura;

- a utilização da variância do DAP como variável independente que expressa a uniformidade da floresta, explica em parte a maior acuracidade do modelo.

Recomenda-se portanto:

- utilizar esta metodologia para desenvolver um modelo de simulação com base em maior número de unidades amostrais, que incluam distintas práticas de manejo;
- utilizar equações de volume ou funções de forma para calcular o sortimento por classe diamétrica;
- avaliar a acuracidade com unidades amostrais independentes;
- pesquisar sobre a distribuição do volume por classe diamétrica ou a utilização das funções SB bivariadas e trivariadas sugeridas por SCHREUDER & HAFLEY³⁹ e SCHREUDER *et alii*³⁷, para obter o volume numa forma mais direta, evitando assim o acúmulo de erros no cálculo.

SUMMARY

In the present work it was studied a methodology to develop a model to predict the volume by diametric classes of *Eucalyptus grandis*, based on data collected in Concordia, Argentina. The diametric distributions of permanent measuring plots of three different populations, were adjusted by the following probabilistic functions: Normal, Log-normal, Weibull, Gama, Beta, and SB, employing the package Maximum Likelihood Estimation for Selected Distributions (MLESD). The functions Weibull, SB, and Beta were best, showing little difference among them and satisfactory adjustment. The Weibull function offered more advantages than the other to correlate its parameters with the populations characteristics: density, mean dominant height, DBH, age and basal area. On the other hand, the percentiles .24 and .93 offered better correlation than the parameters. To estimate the mean height of diametric classes a regression equation was adjusted using as independent variables said characteristics. Equations were adjusted as well to estimate: density, mean dominant height, DBH variance, and basal area, at a certain age. The system of equations considered permits to predict the volume by diametric classes, which is calculated from the diametric distribution and the hypsometric curve obtained from the population's present characteristics. The accuracy obtained was better than that of the models from the bibliography consulted, being the mean percentage of deviation equal to 9%.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 ALDER, D. & CAILIEZ, F. Forest volume estimation and yield prediction. Rome, FAO, 1980. v. 2. (FAO Forestry Paper, 22).
- 2 BAILEY, R.L. Weibull model for *Pinus radiata* diameter distribution. In: IUFRO CONFERENCE OF THE ADVISORY GROUP PF FOREST STATISTICANS, 1973. Statistics in forestry research. Vancouver, 1973. p. 51-59.
- 3 _____. & DELL, T.R. Quantifying diameter distribution with the Weibull function. For. Sci., 19(2): 27-104, 1973.
- 4 BARROS, P.L.C. *et alii*. Comparação de modelos descritivos da distribuição diamétrica em uma floresta tropical. Floresta, Curitiba, 10(2): 19-32, 1979.
- 5 BENNET, F.A. & CLUTTER, J.L. Multiple product yield estimatives for unthinned Slash Pine plantations - pulpwood, sawtimber, gum. U.S. For. Serv. Res. Pap. SE-35, 1968. 21 p.
- 6 BLISS, C.I. & REINKER, K.A. A log-normal approach to diameter distributions in even-aged stands. For. Sci., 10(3): 350-60, 1964.
- 7 BRUCE, D. & SCHUMACHER, F.X. Medición forestal. México, Edit. Herrero, 1965. 474 p.
- 8 BURKHART, H.E. Slash Pine plantation yield estimates based on diameter distribution: an evaluation. For. Sci., 17(4): 452-53, 1971.
- 9 _____. Growth and yield models for *Pinus taeda* plantations. In: INTERNATIONAL UNION OF FORESTRY RESEARCH ORGANIZATIONS. Proceedings of forest resource inventory, growth models, management planning, and remote sensing. Niibata, Japan, 1981. p. 7-12.

- 10 BURKHART, H.E. & STRUB, M.R. A model for simulation of planted Loblolly Pine stand. In: INTERNATIONAL UNION OF FORESTRY RESEARCH ORGANIZATIONS, Working party S4.01.4. Growth models for tree and stands simulation. Stockholm, 1973. p. 128-135. (Sköhhögskolan - Rapport och Uppsater, n. 30).
- 11 CAMPOS, H. Estatística experimental não-paramétrica. 3.ed. Piracicaba, SP, ESALQ, 1975. 343 p.
- 12 CAMPOS, J.C.C. Diameter distribution yield tabels and their application to compare levels of thinning practices. In: INTERNATIONAL UNION OF FORESTRY RESEARCH ORGANIZATIONS. Proceedings of forest resources inventory, groth models, mannagement planning, and remote sensing. Niigata, Japan, 1981. p. 23-24.
- 13 CLUTTER, J.L. & ALLISON, B.J. A growth and yield model for *Pinus radiata* in New Zealand. In: INTERNATIONAL UNION OF FORESTRY RESEARCH ORGANIZATIONS, Working party S4.01.4. Growth models for trees and stand simulations. Stochkolm, Royal College of Forestry, 1973. p. 136-60. (Skogshögskolan, Rapport och Uppsater, n. 30).
- 14 _____. & BELCHER, D.M. Yield of site-prepared Slash Pine plantation in the lower coastal plain of Georgia and Florida. In: INTERNATIONAL UNION OF FORESTRY RESEARCH ORGANIZATIONS, Division 4, Group 1, Mensuration, Growth and Yield. Growth models for long term forecasting of timber yield. Blacksburg, 1978. p. 53-70. (Publication FWS-1-78).
- 15 _____. & BENNETT, F.A. Diameter distribution in old-field Slash Pine plantations. Georgia For. Research Council Report, n. 13, 1965. 9 p.
- 16 COUTO, H.T.Z. Distribuição de diâmetros em plantações de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea*. Piracicaba, 1980. 79 p. Tese. Livre Docência. Universidade de São Paulo. Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz".
- 17 DANIELS, R.F. *et alii*. Yield estimates for Loblolly Pine plantations. Journal of Forestry, 77: 581-583, 586, 1979.
- 18 DELL, T.R. *et alii*. Yields of unthinned slash pine plantations on Cutover sites in the West Gulf region. U.S. For. Serv. Res. Pap. SO-147, 1979. 16 p.

- 19 DRAPER, N.R. & SMITH, M. Applied regression analysis. 2.ed. New York, J. Wiley, 1981. 709 p.
- 20 EK, A.R. Nonlinear models for stand tables projection in Northern hardwood stands. Can. J. For. Res., 4:23-27, 1974.
- 21 EK, A.R. *et alii*. Solving for Weibull diameter distribution parameters to obtain specified mean diameters. For.Sci., 21(3): 290-292, 1975.
- 22 ELFING, B.A. Model for the description of the structure in unthinned stands of Scots pine. In: INTERNATIONAL UNION OF FORESTRY RESEARCH ORGANIZATIONS, Working party S4.01.4. Growth models for tree and stand simulation. Stockholm, Royal College of Forestry, 1973. p. 161-79. (Skogshögskolan. Rapporter och Uppsater, n. 30).
- 23 FINGER, C.A.G. Distribuição de diâmetros em acácia negra *Acacia mearnsii* De Wild, em diferentes povoamentos e idades. Curitiba, 1982. 124 p. Dissertação. Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-graduação em Engenharia Florestal.
- 24 FURNIVAL, G.M. An index for comparing equations used in constructing volume tables. For. Sci., 7(4): 337-341, 1961.
- 25 HAFLEY, W.L. & SCHREUDER, H.T. Some non-normal bivariate distributions and their potential for forestry applications. In: IUFRO WORLD CONGRESS, 16., Oslo, 1976. Proceedings. Viena, 1976. v. 6, p. 104-114.
- 26 _____. & _____. Statistics distributions for fitting diameter and height data in even-aged stands. Can. J. For. Res., 7(2): 480-487, 1977.
- 27 HAGGLUND, B. Forecasting growth and yield in established forest. Umea, Swedisch Univeersity of Agricultural Sciences, 1981. 146 p. (Rapport, 31).
- 28 HOSOKAWA, R.T. Betriebswirtschaftliche Kriterien zur Wahl der Umtriebszeit von *Araucaria angustifolia* (Bert. O. Ktze) in Brasilien. Freiburg i. Br., 1976. 255 p. Tese. Doutorado. Universität Freiburg.

- 29 ISEBRANDS, J.G. & CROW, R. Introduction to uses and interpretation of principal component analysis in forestry biology. U.S. For. Serv. General Technical Report NC-17, 1975. 19 p.
- 30 LOETSCH, F. *et alii*. Forest inventory. Munchen, BLV Verlagsgesellschaft, 1973. v.2, 469 p.
- 31 LOHREY, R.E. & BAILEY, R.L. Yield tabels and stand structure for unthinned longleaf Pine plantations in Louisiana and Texas. U.S. For. Serv. Res. Paper SO-133, 1977. 11 p.
- 32 MCGEE, G.E. & DELLA BIANCA, L. Diameter distributions in natural Yellow-poplar stands. U.S. For. Serv. Res. Pap. SE-25, 1967. 7 p.
- 33 MOSER, J.R. A system of equations for the components of forest growth. In: INTERNATIONAL UNION OF FORESTRY RESEARCH ORGANIZATIONS, Working Party S4.01.4. Growth models for tree and stand simulation. Stockholm, Royal College of Forestry, 1973. p. 260-86. (Skogshögskolan. Rappoter och Uppsater, n. 30).
- 34 NELSON, T.C. Diameter distributions and growth of Loblolly Pine. For. Sci., 10(1): 105-115, 1964.
- 35 ORLOCI, L. Multivariate analysis in vegetation research. 2.ed. Boston, The Hague, Dr. W. Junk, 1978. 451 p.
- 36 RUSTAGI, K.P. Predictinf stand structure in evenaged stands. In: INTERNATIONAL UNION OF FORESTRY RESERACH ORGANIZATIONS. Growth model for long term forecasting of timber yield. Blacksburg, 1978. p. 193-208. (Publicatio- FWS-1-78).
- 37 SCHREUDER, H.T. *et alii*. Towards a unified distribution theory for stand variables using the SBBD distribution. Biometrics, 38: 137-142, 1982.
- 38 SCHREUDER, H.T. & HAFLEY, W.L. A usefull bivariate distribution for describing stand structure of tree heights and diameters. Biometrics, 33(3): 471-488, 1977.
- 39 SCHREUDER, H.T. *et alii*. Maximum likeli-hood estimation for selected distribution. School of Forest Resources, North Carolina State University, Technical Report, n. 61, 1978. 21 p.

- 40 SCHREUDER, H.T. & SWANK, W.T. Conifers stand characterized with the Weibull distribution. Can. J. For. Res., 4(4): 518-523, 1974.
- 41 SETH, S.K. *et alii*. A comparative study of some distribution functions as applied to diameter at breast height in even-aged stands. Indian Forester, 101(2): 20-26, 1975.
- 42 SILVA, J.A. Comparação entre a distribuição decrescente de Meyer e a distribuição Beta para as florestas naturais do Rio Grande do Sul. Brasil Florestal, 14(60): 41-48, 1984.
- 43 SMALLEY, G.N. & BAILEY, R.L. Yield tabels and stand structure for Shortlead Pine plantations in Tennessee, Alabama, and Georgia highland. U.S. For. Ser. Res. Pap. SO-97, 1974. 10 p.
- 44 _____. & _____. Yield tables and stand structure for Loblolly Pine plantations in Tennessee, Alabama, and Georgia highland. U.S. For. Ser. Res. Pap. SO-96, 1974. 11 p.
- 45 SOLOMON, D.S. Simulation of the development of natural and silviculturally rated stands of even-aged Northern Hardwoods. In: INTERNATIONAL UNION OF FORESTRY RESEARCH ORGANIZATIONS, Working party S4.01.4. Growth Models for tree and stand simulation. Stockholm, Royal College of Forestry, 1973. p. 327-52 (Skogshögokolan. Rapporter och Uppsater, n. 30).
- 46 WADSWORTH, R.K. A study of diameter distribution of an uneven aged tropical forest by means of a transition matrix model. Washington, 1977. 155 p. Tese. Doutorado. University of Washington.
- 47 ZOHRER, F. The Beta-distribution for best fit of stem-diameter-distributions. In: INTERNATIONAL UNION OF FORESTRY RESEARCH ORGANIZATIONS. CONFERENCE ADVSIROY GROUP OF FOREST STATICIANS, 3., Jouy-en-Josas, 1970. Proceedings. Paris, Institut National de la Recherche Agronomique, 1972. p. 91-106. (INRA Publication, 72-3).

APÊNDICE

FIG. 16 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 1 - 1 ANO

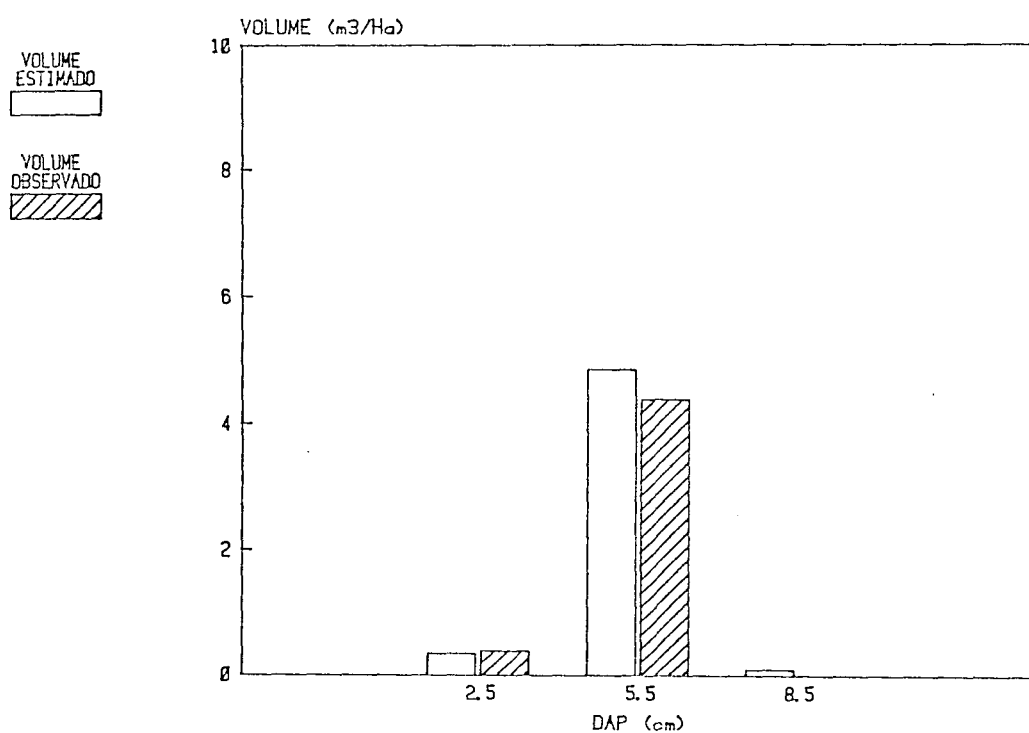


FIG. 17 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 1 - 2 ANOS

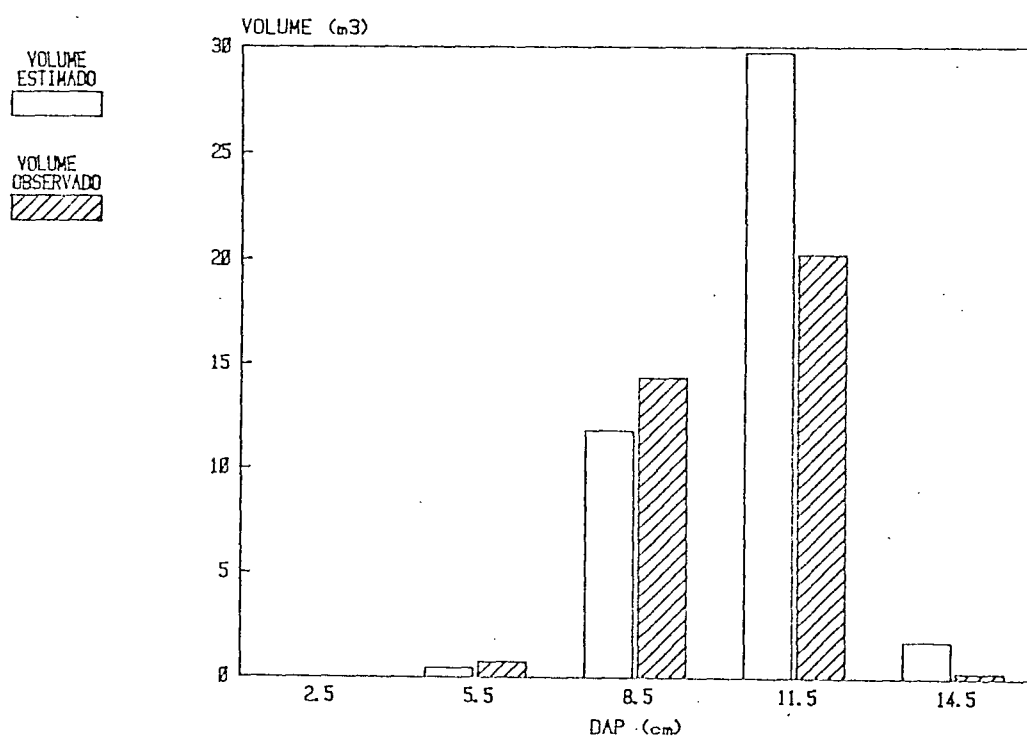


FIG. 18 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 1 - 3 ANOS

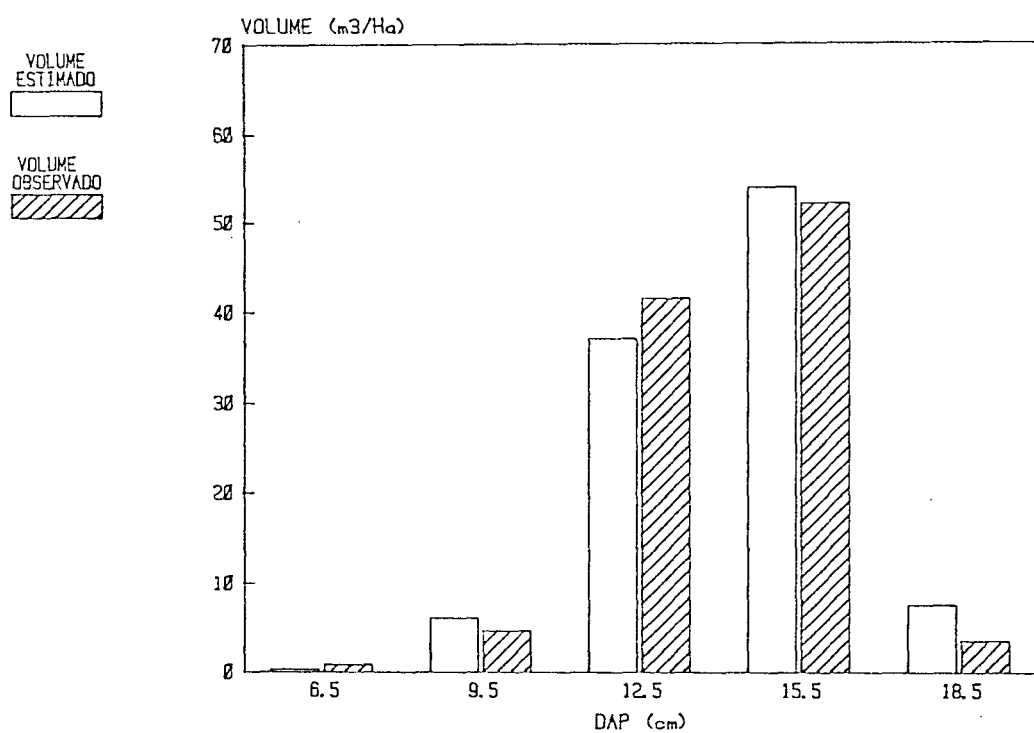


FIG. 19 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 1 - 4 ANOS

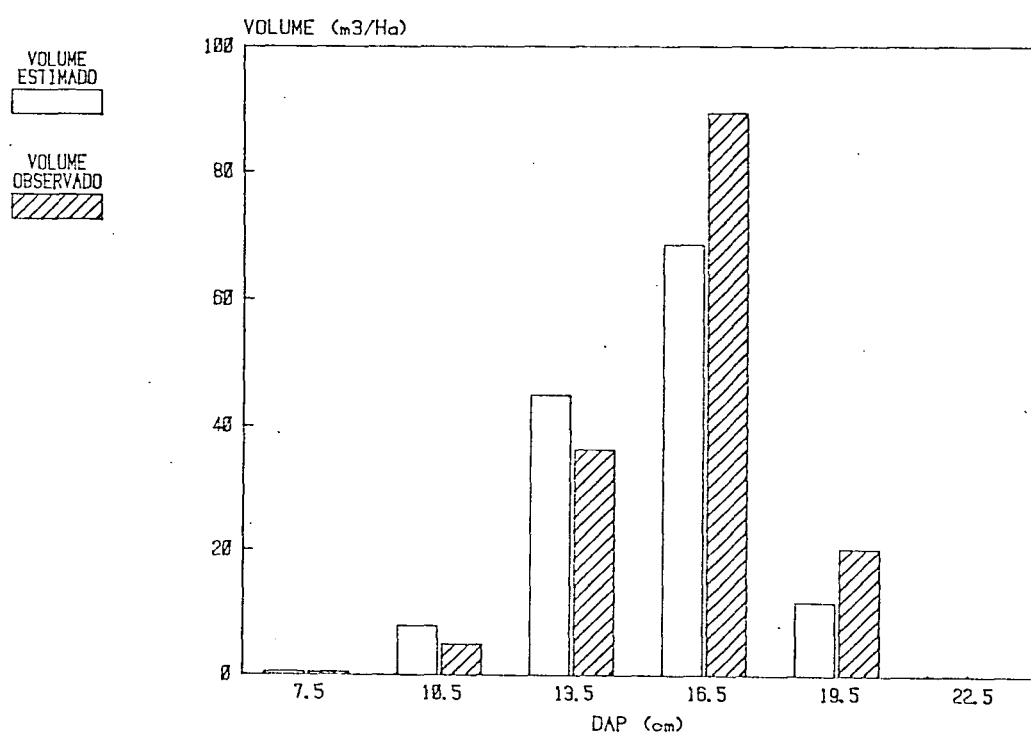


FIG. 20 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 1 - 5 ANOS

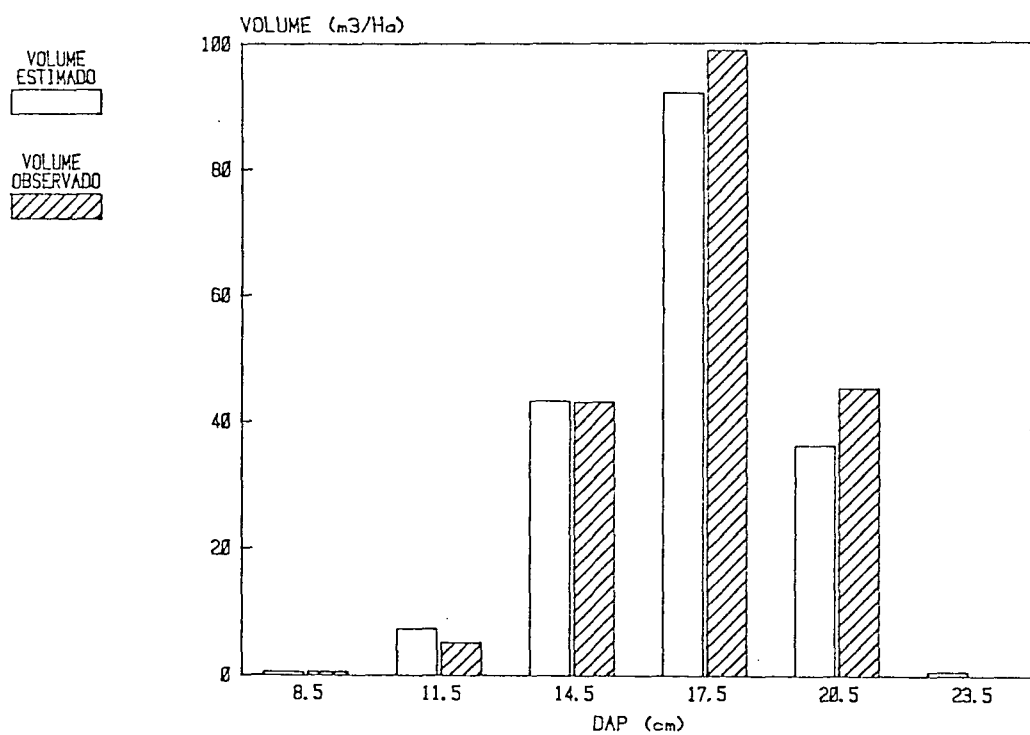


FIG. 21 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 1 - 6 ANOS

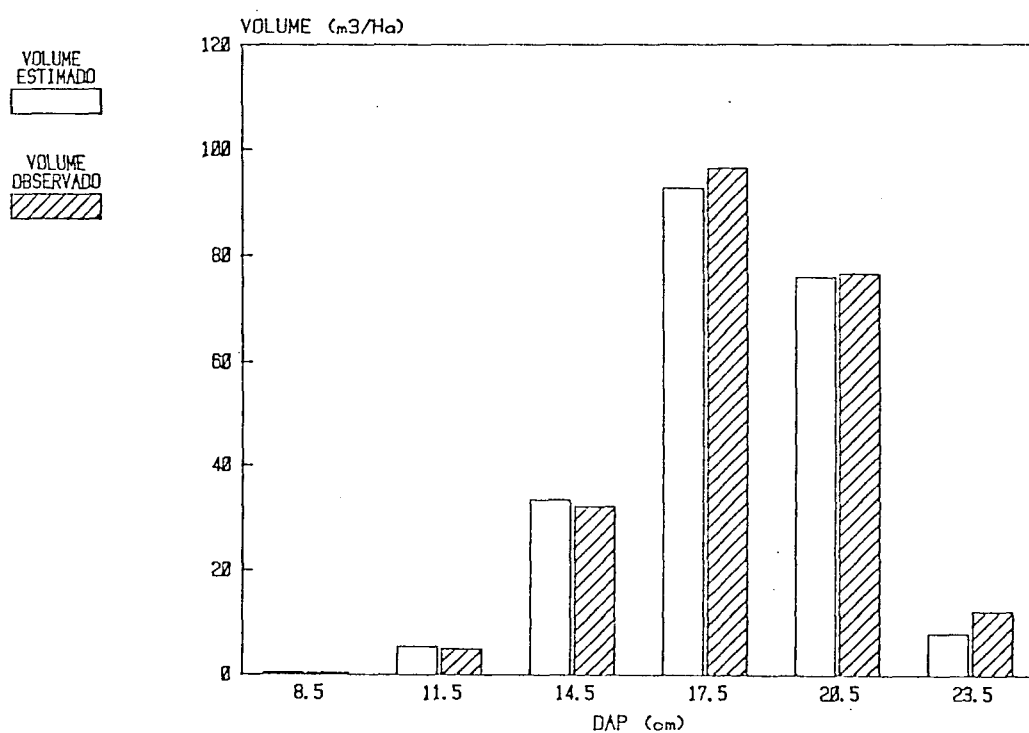


FIG. 22 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 2 - 4 ANOS

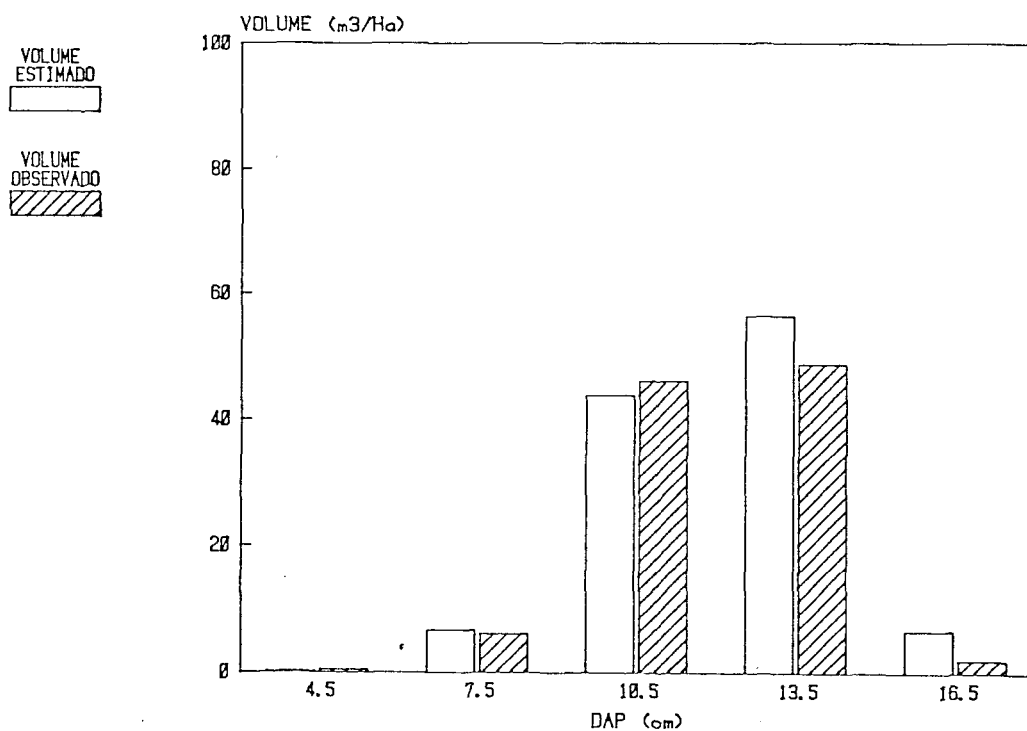


FIG. 23 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 2 - 5 ANOS

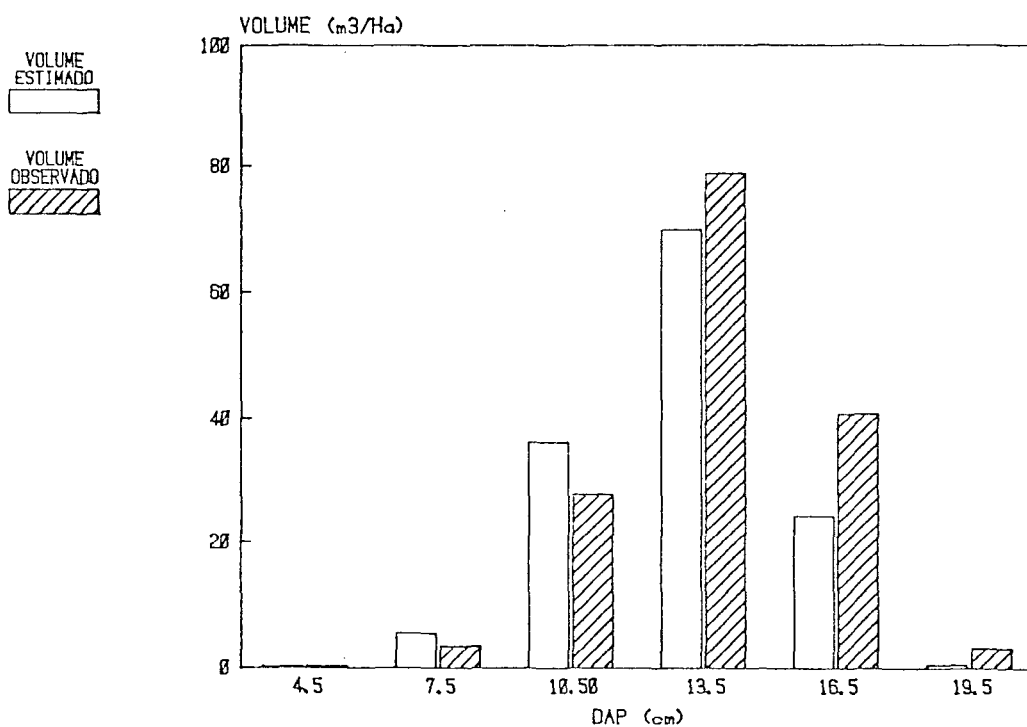


FIG. 24 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 2 - 6 ANOS

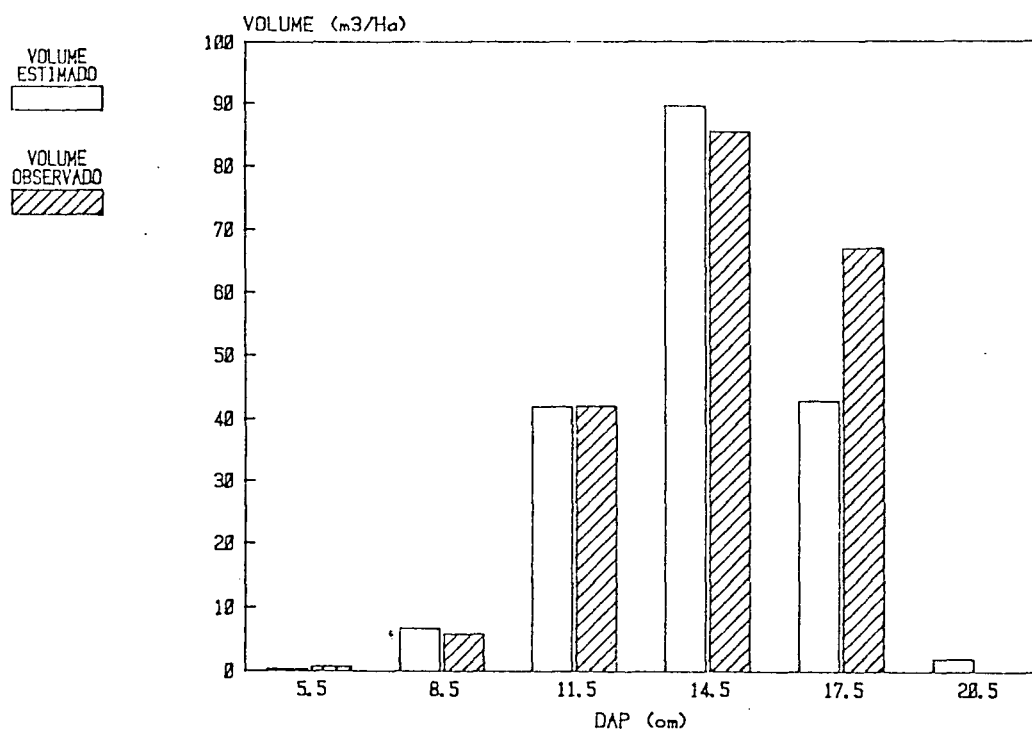


FIG. 25 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 2 - 7 ANOS

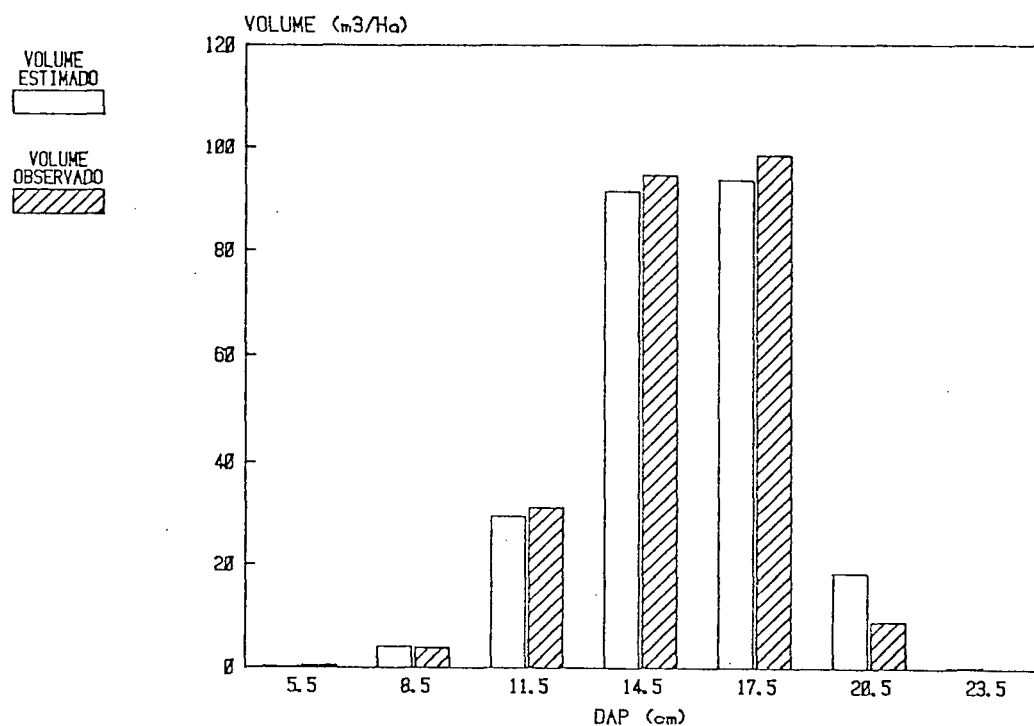


FIG. 26 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 2 - 8 ANOS

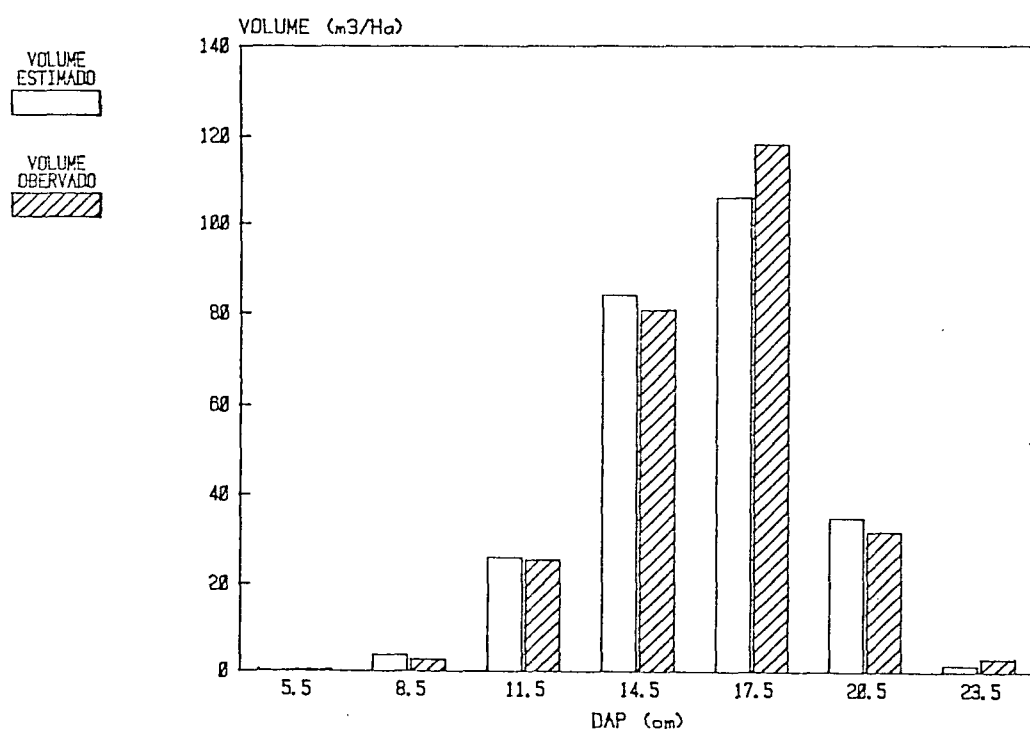


FIG. 27 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 2 - 10 ANOS

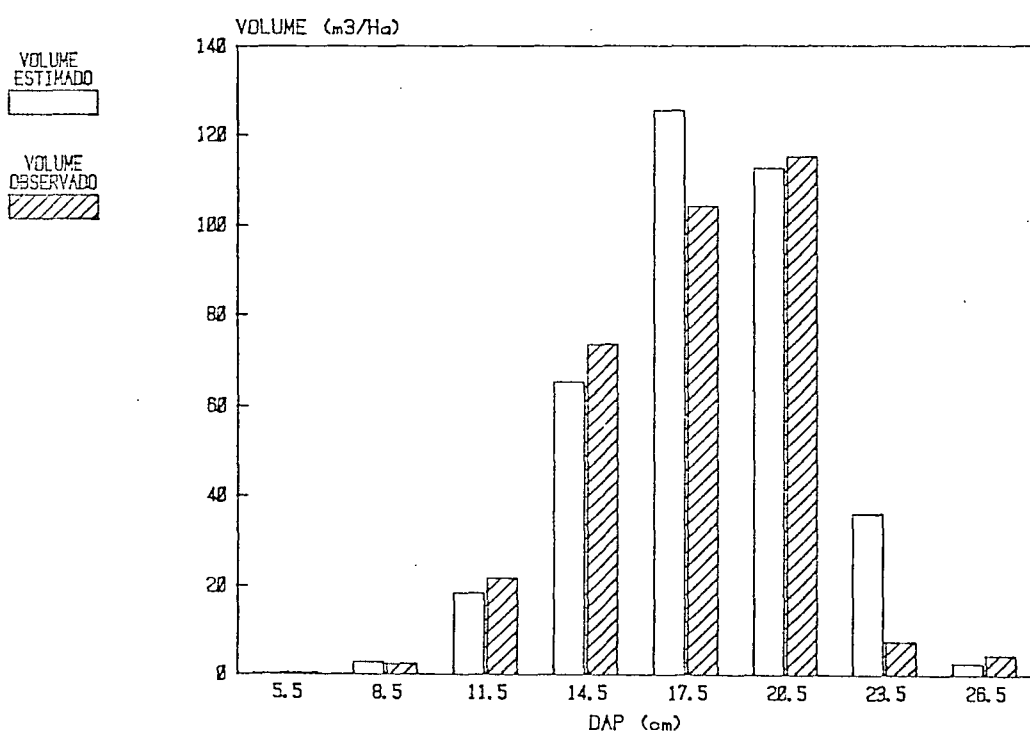


FIG. 28 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 2 - 11 ANOS

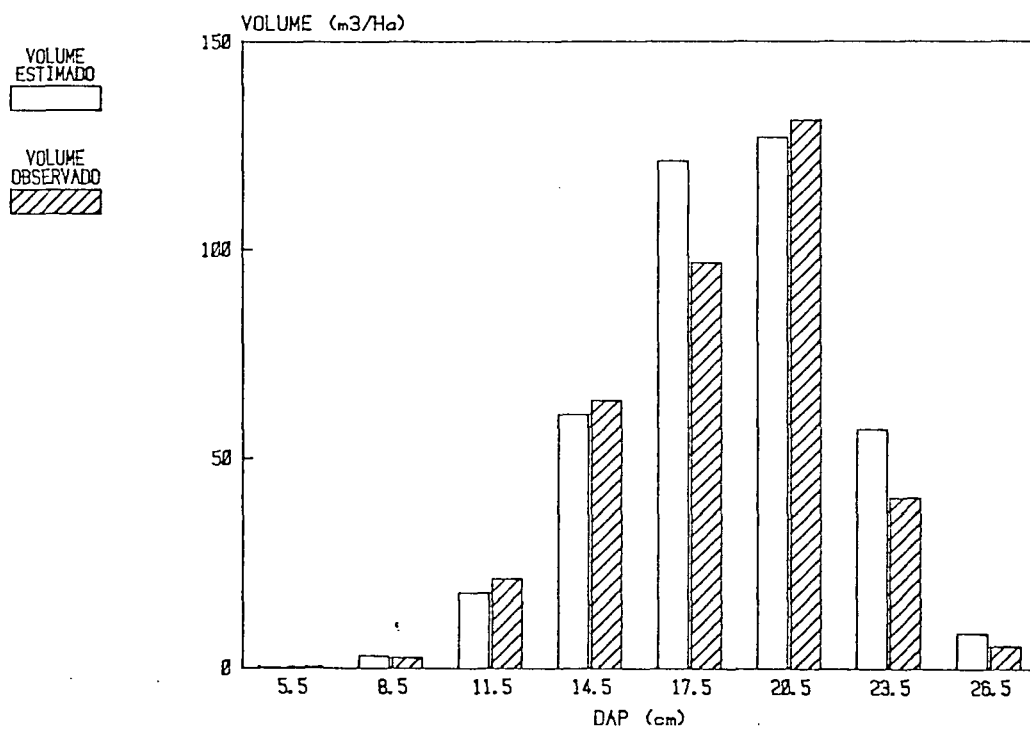


FIG. 29 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 3 - 7 ANOS

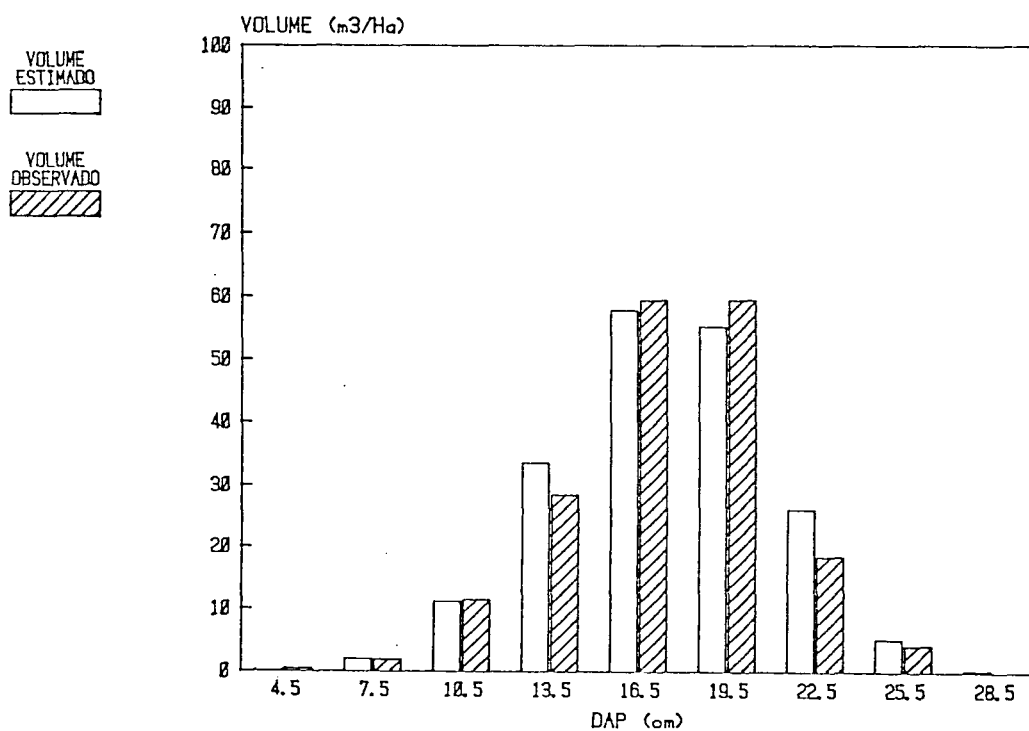


FIG. 30 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 3 - 8 ANOS

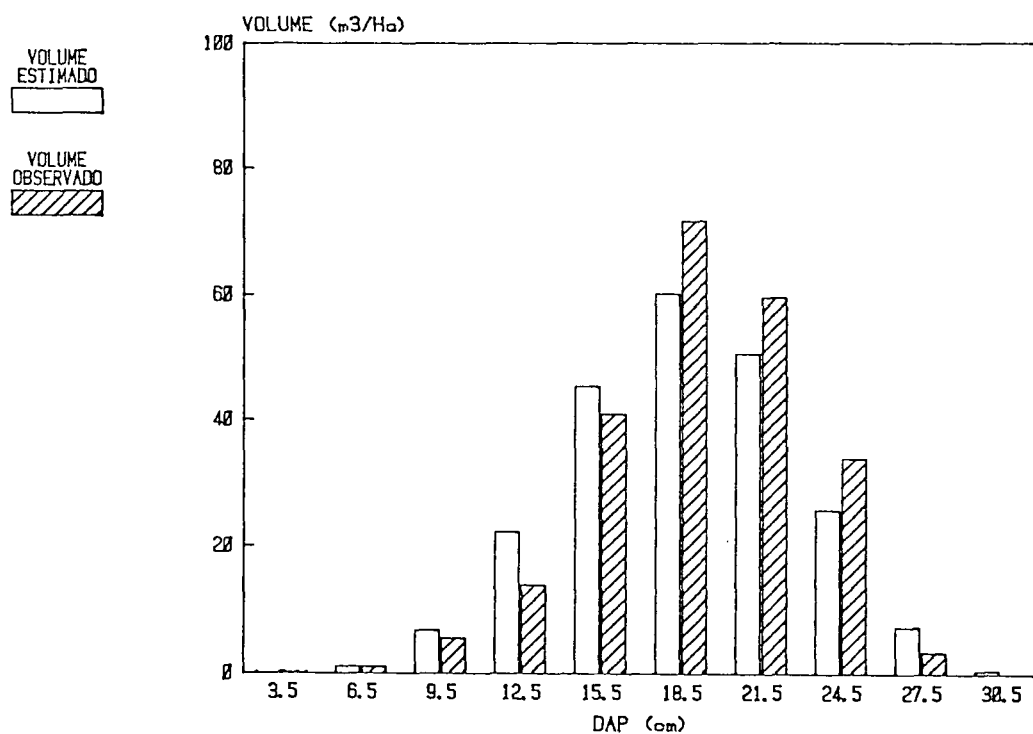


FIG. 31 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 3 - 9 ANOS

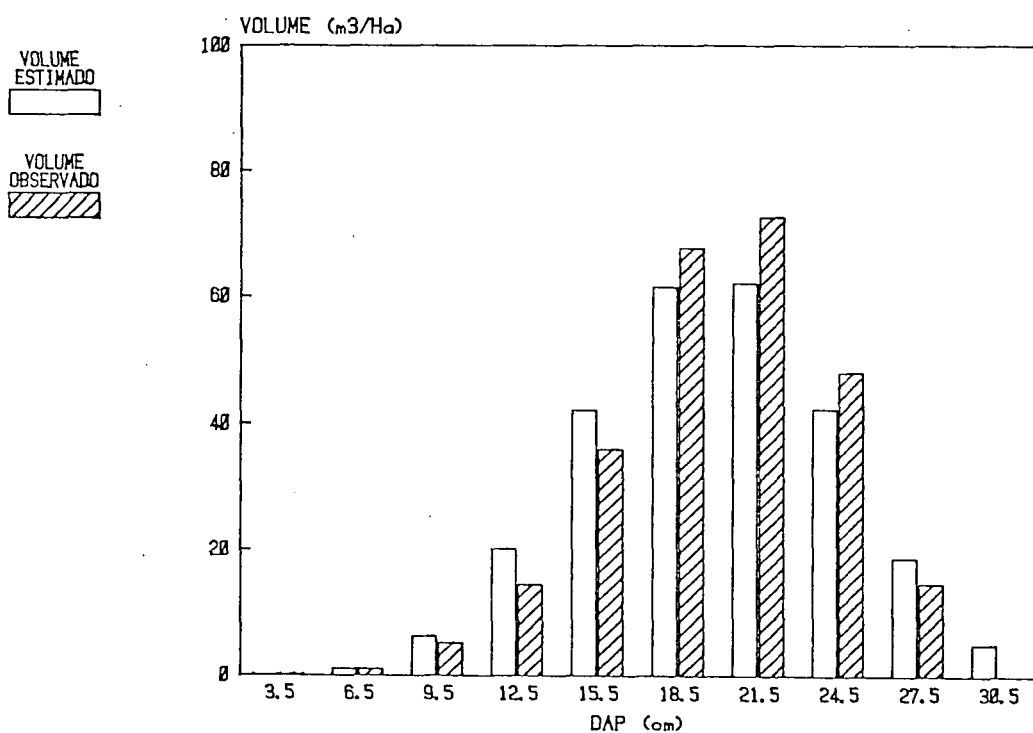


FIG. 32 - VOL. POR CLASSES DIAM.
POV. 3 - 10 ANOS

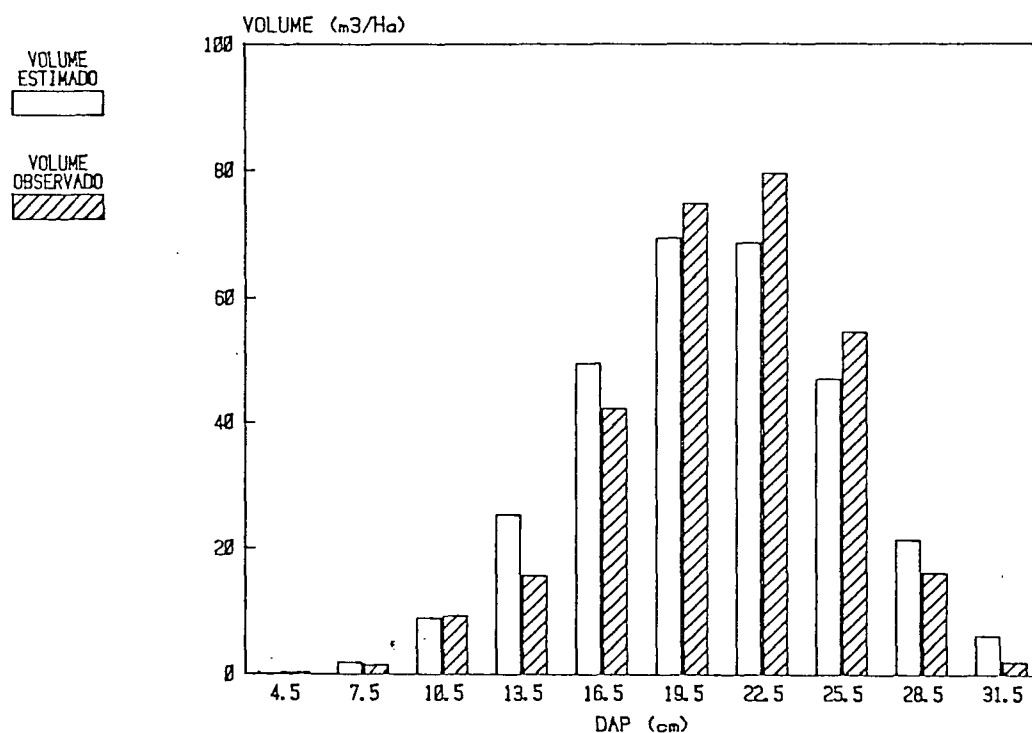


FIG. 33 - VOL. POR CLASSES DIAM.
A PARTIR DAS CARAC. AOS 2 ANOS
POV. 1 - 5 anos

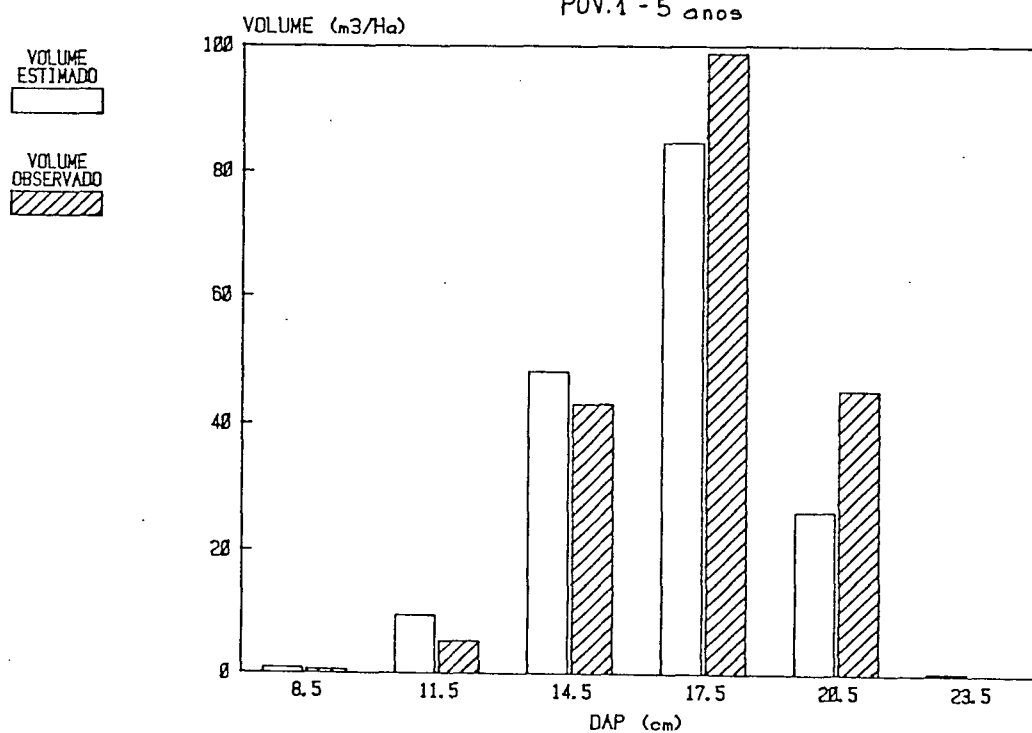


FIG. 34 - VOL. POR CLASSES DIAM.

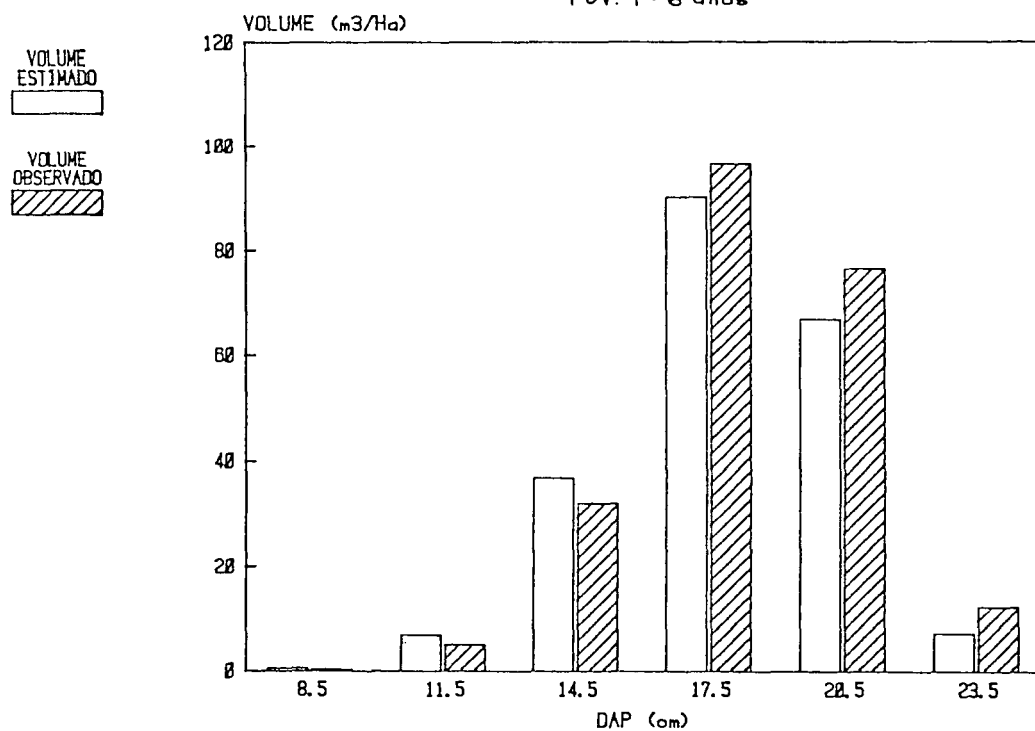
A PARTIR DAS CARACT. AOS 2 ANOS
POV. 1 - 6 anos

FIG. 35 - VOL. POR CLASSES DIAM.

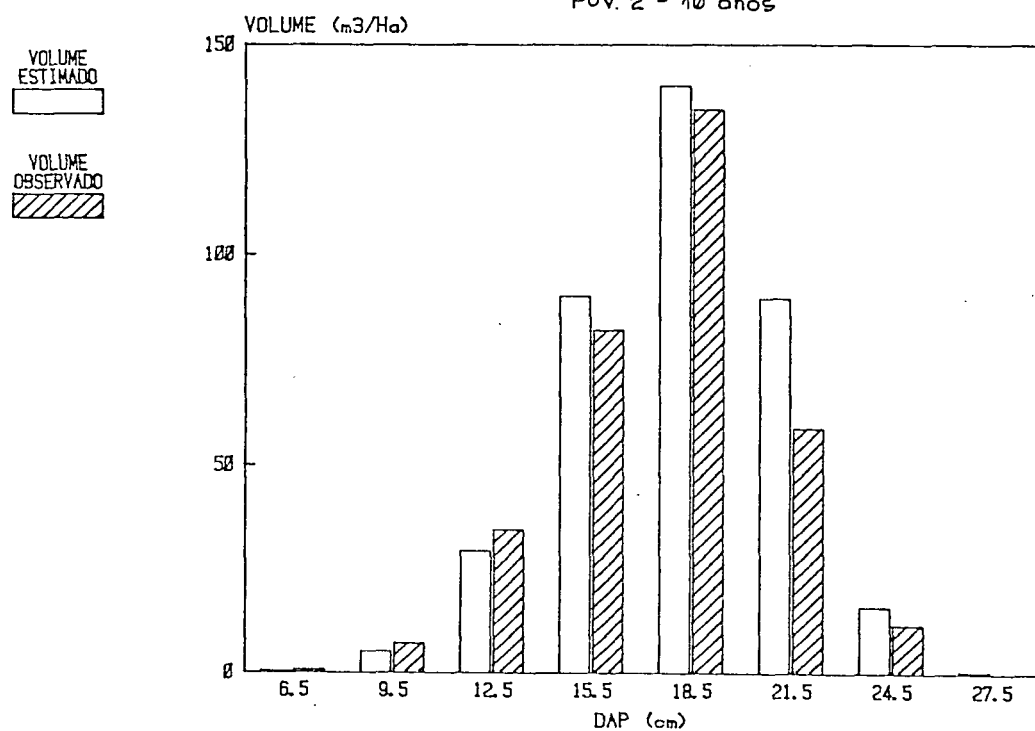
A PARTIR DAS CARACT. AOS 4 ANOS
POV. 2 - 10 anos

FIG. 36 - VOL. POR CLASSES DIAM.

A PARTIR DAS CARACT. AOS 4 ANOS

POV. 2 - 11 anos

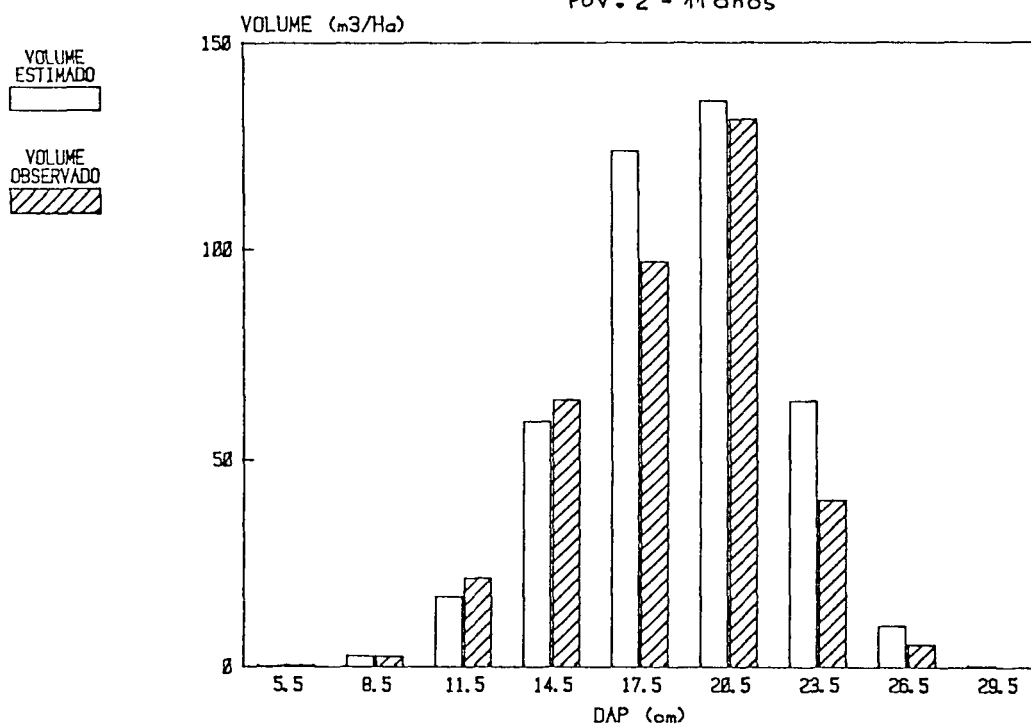


FIG. 37 - VOL. POR CLASSES DIAM.

A PARTIR DAS CARACT. AOS 6 ANOS

POV. 3 - 9 anos

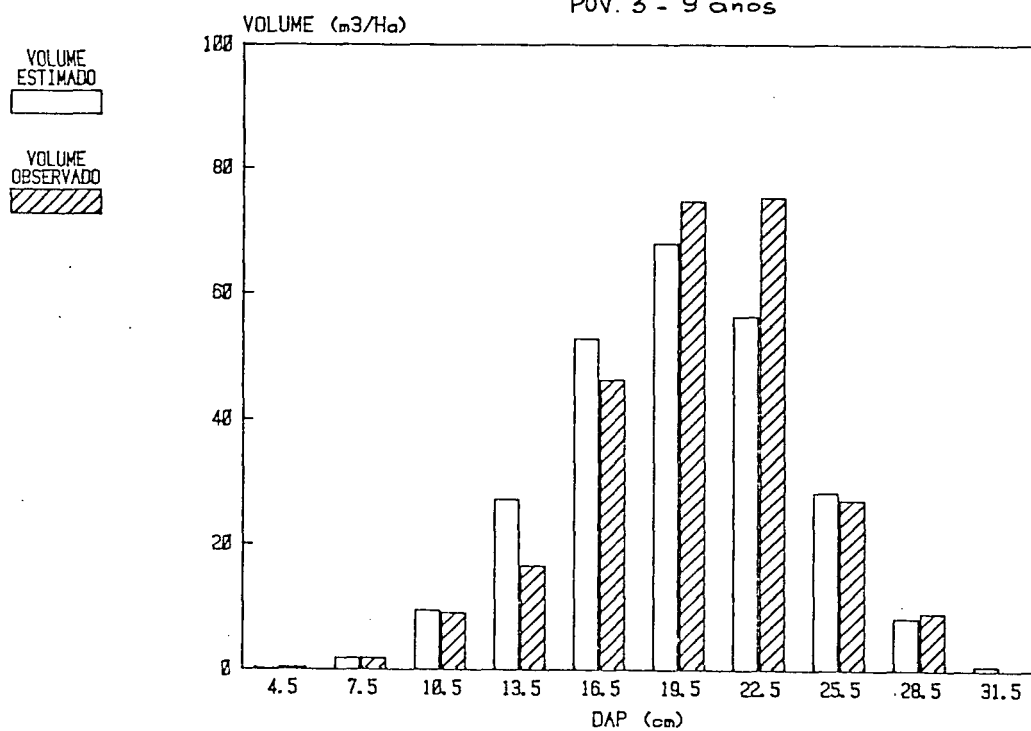


FIG. 38 - VOL. POR CLASSES DIAM.

A PARTIR DAS CARACT. AOS 6 ANOS

POV. 3 - 10 anos

